中村　勇哉　（なかむら　ゆうすけ／NAKAMURA, Yusuke）　准教授

研　究　室　理学部 A 館 431 号室　(内線番号 2815)
電子メール　y.nakamura@math.nagoya-u.ac.jp
ウェブページ　https://sites.google.com/site/ynakamuraagmath/
所 属 学 会　日本数学会

研究テーマ

- 代数幾何学
- 双有理幾何学
- 極小モデル理論
- 特異点理論
- 組合せ論

研究テーマの概要

(1) 代数幾何学の中でも特に双有理幾何学を研究しています．双有理幾何学の目標は, 複素代数多様体の各双有理同値類の中から, 性質の良い代表元を見つけることです．1980 年代に「性質の良い代表元」を見つけ出す具体的な方法論—極小モデルプログラム (MMP)—が提起されました．この方法論は「部分多様体をつぶす操作を繰り返すことで, 性質の良い代表元 (＝極小モデル) に到達する」というものです．このプログラムがうまく走り, 有限回のステップの後に終了することを証明するためには, 「フリップという操作の存在」と「フリップが無限に繰り返さないこと」を証明する必要があります．「フリップの存在」は 2000 年代に Birkar–Cascini–Hacon–McKernan により証明されましたが, 後者の「フリップの停止問題」は未だ解決されていません．それゆえ「フリップの停止問題」を解決することが双有理幾何学における大きな目標となっています．

私は特異点理論の方面から「フリップの停止問題」を解決することを目指して研究しています．背景として, フリップの停止問題は特異点に関する 2 つの予想—“ACC 予想” と “LSC 予想”—に帰着されることが知られています．これを動機として, ACC 予想と LSC 予想に取り組んできました：

- 弧空間 (arc space) の理論を使って商特異点の ACC 予想と LSC 予想を研究 ([1],[8] など).
- 極小モデル理論の結果を使って ACC 予想を研究 ([2],[3] など).

(2) (1) は極小モデル理論の基礎理論に関する研究です．一方で, 極小モデル理論の応用にも興味があります．このような方向性としては 「有限体上定義された Fano 多様体の有理点問題」について研究したことがあります．Esnault (2003) の結果「有限体上定義された非特異 Fano 多様体は必ず有理点を持つ」を, 極小モデル理論を使うことで特異点がある (3 次元の) 場合に拡張しました ([4],[5],[6]).
(3) ここ最近, 趣味が高じて「Ehrhart 理論の周期グラフへの拡張」というテーマで, 代数幾何とは直接関係のない純粋な組合せ論の研究もしています．Ehrhart 理論自体はトーリック多様体のコホモロジー的な解釈 (消滅定理や双対性) がありますが, 周期グラフの場合にはそのような解釈がいまだ見いだせていません．将来的には何らかの代数幾何学的背景を見つけられたら面白いなと思っています ([7],[9],[10]).

主要論文・著書

[1] Y. Nakamura, On semi-continuity problems for minimal log discrepancies, J. Reine Angew. Math. **711** (2016), 167–187.

[2] Y. Nakamura, On minimal log discrepancies on varieties with fixed Gorenstein index, Michigan Math. J. **65** (2016), no. 1, 165–187.

[3] Y. Nakamura and M. Mustaţă, A boundedness conjecture for minimal log discrepancies on a fixed germ, Contemp. Math., **712** (2018), 287–306.

[4] Y. Gongyo, Y. Nakamura and H. Tanaka, Rational points on log Fano threefolds over a finite field, J. Eur. Math. Soc. (JEMS) **21** (2019), no. 12, 3759–3795.

[5] Y. Nakamura and H. Tanaka, A Witt Nadel vanishing theorem for threefolds, Compos. Math. **156** (2020), no. 3, 435–475.

[6] Y. Nakamura, Dual complex of log Fano pairs and its application to Witt vector cohomology, Int. Math. Res. Not. IMRN 2021, no. 13, 9802–9833.

[7] Y. Nakamura, R. Sakamoto, T. Mase and J. Nakagawa, Coordination sequences of crystals are of quasi-polynomial type, Acta Crystallogr. Sect. **A77** (2021), no. 2, 138–148.

[8] Y. Nakamura and K. Shibata, Inversion of adjunction for quotient singularities, Algebraic Geometry **9** (2022), no. 2, 214–251.

[9] T. Inoue and Y. Nakamura, Ehrhart theory on periodic graphs, to appear in Algebraic Combinatorics.

[10] T. Inoue and Y. Nakamura, Stratified Ehrhart ring theory on periodic graphs, preprint available at arXiv:2310.19569.

受賞歴

- 2018 年 日本数学会賞 建部賢弘奨励賞, 「極小対数的食い違い係数と有限体上の極小モデル理論の研究」

経歴

2015 年　東京大学 大学院数理科学研究科 博士課程修了
2016 年　東京大学 大学院数理科学研究科 助教
2024 年　名古屋大学 大学院多元数理科学研究科 准教授

学生へのメッセージ

代数幾何学の入門書としては “Hartshorne” が定番です：

- R. Hartshorne, *Algebraic geometry*, Graduate Texts in Mathematics, Springer–Verlag, 1977.

スキーム論・コホモロジー理論が学べる同内容の新しい本でも OK です. スキーム論は抽象的でイメージがつかみにくいので, “Shafarevich” を平行して読むことを薦めています：

- I. R. Shafarevich, *Basic algebraic geometry 1*, 3rd ed., Springer, 2013.

また, 次の本はトーリック多様体を解説した大著ですが, 各章の始めにその章で必要な代数多様体論の基礎的な概念がコンパクトにまとめてあり, トーリック多様体を勉強しない人にとっても参考になると思います.

- D. A. Cox, J. B. Little and H. K. Schenck, *Toric varieties*, Graduate Studies in Mathematics, American Mathematical Society, 2011.

“Hartshorne” を読んだ後, 双有理幾何学を勉強する場合は

- J. Kollár, S. 森, 「双有理幾何学」, 岩波書店.
- Y. 川又, 「高次元代数多様体論」, 岩波書店.

などを読むことを薦めています. ここまでくれば具体的な研究に入ることができる印象です (個別の論文を読み始めることができる).

組合せ論については (私自身は専門家とは言えませんが), 現時点で

- R. P. Stanley, *Combinatorics and commutative algebra*, Progress in Mathematics, Birkhäuser Boston, 1983.
- M. Beck and S. Robins *Computing the continuous discretely*, 2nd ed., Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, 2015.
- D. F. Hlot, S. Rees and C. E. Röver *Groups, languages and automata*, London Mathematical Society Student Texts, Cambridge University Press, 2017.

といった方向に興味があります.