



研究室 理学部 A 館 329 号室 (内線 5571)
電子メール jaerisch@math.nagoya-u.ac.jp
ウェブページ <http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~jaerisch/>
所属学会 日本数学会

研究テーマ

- エルゴード理論と力学系理論
- 熱力学形式
- フラクタル幾何学
- 幾何学的群論

研究テーマの概要

タイトル: 等角的力学系のエルゴード理論とフラクタル幾何学

力学系は物理と生物システムの時間発展的挙動の解析のための数学的なモデルである。力学系は、ある空間 X の上の自己写像 $T : X \rightarrow X$ で定義される。力学系 $T : X \rightarrow X$ と $x \in X$ に対して $x, T(x), T(T(x)), \dots$ を x の軌道という。力学系理論における「カオス」とは、初期値の微小な誤差が時間とともに急速に拡大され、長期にわたる予測を困難にすることを指す。カオス的な挙動をもつような軌道の初期値はよくフラクタル集合になる (例えば複素多項式が定めるジュリア集合)。カオス力学系の時間発展的挙動の解析は魅力的で重要な研究分野である。

私は、等角半群作用の力学系の性質とフラクタル幾何学的性質の相互作用を中心に研究している。私の研究の重要な例は有理関数で生成された半群のリーマン球面への作用 (参照 [3, 4])、双曲空間上のクライン群の作用 (参照 [2], またはケイリーグラフへの作用に関する結果は参照 [5]) 及び等角的反復関数系 (参照 [1]) である。さらに、ランダム力学系とフラクタル関数 (例えば、一般化された高木関数) の regularity を研究している。

幾何学と力学系の相互作用を調べるためのとても強力な普遍的な 1 つの道具立ては 1970 年代に Sinai, Ruelle, Bowen らが発展させた熱力学形式の数学的理論である。熱力学形式は、もとは統計物理学に由来するゴード理論の分野で、今では純粋数学において非常に豊かな分野となっている。その目的は力学系のための有意義な不変測度を決定することと、その統計的な性質を調べるための道具を供給することである。熱力学形式はコンパクト状態空間を持つ一様に双曲的な力学系の場合にはよく知られている。しかし、このクラスに含まれる力学系はかなり限定的であるため、エルゴード理論の研究では、弱いタイプの双曲性をもつより広いクラスへの一般化が求められている。

主要論文・著書

- [1] J. Jaerisch, M. Kesseböhmer. *Regularity of multifractal spectra of conformal iterated function systems*, Trans. Amer. Math. Soc. **363** (2011), no. 1, 313-330.
- [2] J. Jaerisch. *Recurrence and pressure for group extensions*, Ergodic Theory and Dynamical Systems **36** (2016), 108-126.
- [3] J. Jaerisch, H. Sumi. *Dynamics of infinitely generated nicely expanding rational semigroups and the inducing method*, Trans. Amer. Math. Soc. **369**, (2017), no. 9, 6147-6187.
- [4] J. Jaerisch, H. Sumi. *Pointwise Hölder exponents of the complex analogues of the Takagi function in random complex dynamics*, Adv. Math. **313** (2017) 839-874.

- [5] J. Jaerisch, K. Matsuzaki. *Weighted cogrowth formula for free groups*, Groups, Geometry and Dynamics, to appear.

受賞歴

- 2018, 日本数学会賞建部賢弘特別賞 「エルゴード理論の研究およびその様々な分野への応用」

経歴

- 2011 ブレーメン大学 (ドイツ) 修了 博士 (Dr. rer. nat.)
2011 大阪大学大学院理学研究科外国人招へい研究員
2014 早稲田大学教育学部数理科日本学術振興会外国人特別研究員
2015 島根大学総合理工学部数理・情報システム学科 講師
2019 名古屋大学大学院 多元数理科学研究科 准教授

学生へのメッセージ

エルゴード理論は魅力的で活発な分野であり、確率論、幾何学や数論といった様々な分野に応用をもつ。フラクタル幾何学は新しい分野なので比較的早い段階で新しいことに挑戦できる。私のセミナーでは(カオス的な)力学系、確率論とフラクタル幾何学に関することを学ぶ。予備知識としては解析学、関数解析学、測度論、確率論が必要である。この分野の雰囲気を知るためには下記のテキストを読んでみると良い。

- [1] R. Bowen. Equilibrium states and the ergodic theory of Anosov diffeomorphisms. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 470. Springer-Verlag, Berlin-New York, 1975.
- [2] F. Dal'Bo. Geodesic and horocyclic trajectories: Universitext. Springer-Verlag London, Ltd., London; EDP Sciences, Les Ulis, 2011.
- [3] K. Falconer. Mathematical foundations and applications. Third edition. John Wiley and Sons, Ltd., Chichester, 2014
- [4] A. Katok, B. Hasselblatt. A first course in dynamics. With a panorama of recent developments. Cambridge University Press, New York, 2003.
- [5] D. Mauldin, M. Urbański. Graph directed Markov systems. Geometry and dynamics of limit sets. Cambridge Tracts in Mathematics, 148. Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- [6] Y. Pesin. Dimension theory in dynamical systems. Contemporary views and applications. Chicago Lectures in Mathematics. University of Chicago Press, Chicago, IL, 1997.
- [7] F. Przytycki, M. Urbański. Conformal fractals: ergodic theory methods. London Mathematical Society Lecture Note Series, 371. Cambridge University Press, Cambridge, 2010.
- [8] P. Walters. An introduction to ergodic theory. Graduate Texts in Mathematics, 79. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982.