平井　広志 （ひらい　ひろし／HIRAI, Hiroshi） 教授

研　究　室　多元数理科学棟 501 号室　　(内線番号 2432)

電子メール　hirai.hiroshi@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ　http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~hirai.hiroshi/

所属学会　日本応用数理学会，日本オペレーションズ・リサーチ学会

研究テーマ

- 最適化
- アルゴリズム
- 離散数学

研究テーマの概要

離散最適化（あるいは組合せ最適化）とは，巨大な有限の組合せの中から最も好ましいものを現実的な時間内で選び出すアルゴリズムの設計を目指す理論体系で，計算複雑度の理論とともに，現代の情報科学の礎となっています．離散最適化の理論は，1960 年代半ばの J. Edmonds の一連の研究により始まり，そこで「効率的なアルゴリズム≒多項式時間アルゴリズム」が提唱され，アルゴリズム設計における多面体的手法やマトロイド・劣モジュラ関数の重要性が示されました．多面体的手法とは，「離散最適化問題をユークリッド空間上の凸最適化問題に埋め込むことによって，連続最適化の視点からアルゴリズムを設計すること」で，アルゴリズム設計の基本パラダイムの１つとなっています．離散最適化問題の多くはNP 困難ですが，多項式時間アルゴリズムを持つ問題のクラス P の理解は，重要な課題であり続けています．クラス P に深く関わるマトロイド・劣モジュラ関数などは，離散的な凸集合・凸関数として認識され，整数格子点上の凸解析—離散凸解析—へと発展しています．

私は，ネットワークフロー問題における Ford-Fulkerson の最大フロー最小カット定理の多品種フローへの拡張 [1]，そして，最小カット問題を一般化した施設配置問題の多項式時間可解性分類 [2] に取り組みました．これらの研究では，特殊なグラフ構造上の離散凸最適化を扱うのですが，非正曲率距離空間（CAT(0) 空間）の測地的凸最適化として埋め込めることがわかりました [3]．そして，上述のパラダイムを更新する「非正曲率空間の凸最適化・アルゴリズム論を発展させて，離散最適化に応用する」という構想を得ました．以降は，この構想に基づいて研究をすすめています．最近は，以下の２つのテーマを中心に取り組んでいます．

１つ目は，「変数を含む行列のランクを計算する」という問題（Edmonds 問題）です．基本的な問題で多くの応用があるのですが，決定性多項式時間アルゴリズムの存在は理論計算機科学の重要な未解決問題となってます．また，２部マッチング・線形マトロイド交差などの組合せ最適化問題の一般化になっていて，代数的な組合せ最適化問題と呼べるものです．最近，変数たちが「非可換である」とした非可換 Edmonds 問題が導入され，その設定でのランク（非可換ランク）が多項式時間で計算できることが示されました．非可換ランクの計算は，ベクトル部分空間を最適化する新しいタイプの最適化問題になるのですが，私は，非多様体的な CAT(0) 空間の凸最適化を用いた多項式時間アルゴリズムを開発しました [8]．さらに，重み付き版（非可換行列式次数計算）への一般化を行いました [5]．

２つ目は，アダマール多様体・対称空間上の凸最適化の研究です．$\mathbb{C}$ 上の非可換 Edmonds 問題は，群作用軌道上のノルム最小化問題としても定式化できるのですが，この問題が非正曲率対称空間上の凸最適化になります．他にも様々な応用が見つかってます．微分幾何を勉強しながら，そうした多様体上で凸解析や内点法の展開を試みています [9, 10]．

また，離散最適化の舞台としての関心から，束（ラティス），マトロイド，ビルディング，離散距離空間といった離散構造の研究もしてきました [4, 6, 7]．

私の研究のより詳しい情報はウェブページをごらんください．

主要論文・著書

[1] H. Hirai: The maximum multiflow problems with bounded fractionality, *Mathematics of Operations Research* **39** (2014), 60–104.

[2] H. Hirai, Discrete convexity and polynomial solvability in minimum 0-extension problems, *Mathematical Programming, Series A* **155**, (2016) 1–55.

[3] H. Hirai: L-convexity on graph structures, *Journal of the Operations Research Society of Japan* **61** (2018), 71–109.

[4] H. Hirai: Uniform semimodular lattices and valuated matroids, *Journal of Combinatorial Theory, Series A* **165** (2019), 325–359.

[5] H. Hirai: Computing the degree of determinants via discrete convex optimization on Euclidean buildings, *SIAM Journal on Applied Algebra and Geometry* **3** (2019), 523–557.

[6] J. Chalopin, V. Chepoi, H. Hirai and D. Osajda: Weakly modular graphs and nonpositive curvature, *Memoirs of the AMS* **268**, no.1309, (2020).

[7] H. Hirai: A nonpositive curvature property of modular semilattices, *Geometriae Dedicata* **214** (2021), 427–463.

[8] M. Hamada and H. Hirai: Computing the nc-rank via discrete convex optimization on CAT(0) spaces, *SIAM Journal on Applied Geometry and Algebra* **5** (2021), 455–478.

[9] H. Hirai: Convex analysis on Hadamard spaces and scaling problems, arXiv, 2022.

[10] H. Hirai, H. Nieuwboer, and M. Walter: Interior-point methods on manifolds: theory and applications, arXiv, 2023.

受賞歴

- 2014年 日本オペレーションズ・リサーチ学会研究賞
- 2018年 文部科学大臣表彰 若手科学者賞

経歴

2004年　東京大学大学院 情報理工学系研究科 数理情報学専攻 修了
2004年　京都大学 数理解析研究所 助手
2007年　京都大学 数理解析研究所 助教
2010年　東京大学大学院 情報理工学系研究科数理情報学専攻 講師
2014年　東京大学大学院 情報理工学系研究科数理情報学専攻 准教授
2023年　名古屋大学大学院 多元数理科学研究科 教授

学生へのメッセージ

少人数セミナーでは，以下のような最適化やアルゴリズムの基本的な教科書を勉強しつつ，各人の興味に応じて具体的な課題に取り組んでもらおうと思っています．

[1] S. Boyd and L. Vandenberghe: *Convex Optimization*, Cambridge University Press, 2004.

[2] J. Kleinberg and E. Tardos 浅野ら訳: アルゴリズムデザイン, 共立出版, 2008.

数理科学のいろいろな問題を最適化・アルゴリズム・計算複雑度という視点から捉え直してみるとおもしろい研究の方向性が見つかるのではないかと期待しています．