

2007年度

少人数クラスコースデザイン

多元数理科学研究科

2007年度

少人数クラスコースデザイン目次

栗田英資	1
宇沢 達	2
梅村 浩	3
大沢健夫	4
岡田聡一	5
落合啓之	7
加藤 淳	9
久保 仁	11
小林亮一	12
齊藤 博	14
佐藤周友	15
庄司俊明	16
鈴木紀明	18
寺西鎮男	19
中西知樹	20
納谷 信	22
藤原一宏	24
松本耕二	26
南 和彦	27
吉田健一	28

1. 教員名：栗田 英資（あわた ひでとし）

2. テーマ：弦理論に関する話題

3. レベル：2（3にも対応可）

4. 目的、内容、到達目標：

本少人数クラスの主題である弦理論とは、重力を含む相互作用の統一理論として有力視されている物理の理論ですが、数論、代数、幾何、解析、確率論等のほとんどの（基礎論以外の）数学と関係し、数学的にも非常に興味深い理論です。本少人数クラスでは弦理論を通して、科学の多様性を学ぶ事を目的とします。

具体的には、幾何的側面としてミラー対称性（参考書の [1]）、代数的側面として共形場の理論（参考書の [2]）等を考えています。

又、ランダムウォークなどの統計モデルも弦理論と同じ数学で解析する事ができます。その確率論的、代数的及び解析的側面を、参考書の [3] を用いて学ぶ事も考えています。

5. 実施方法：

講義と輪講を交えながら学んで行く。後期には各自の自主学習の報告を行う機会をもうける。

6. 知っていることが望ましい知識：

全学教育の数学

7. 参考書：

*[1] K. Hori et.al. "Mirror Symmetry," の Part 2, AMS CMI, 2003

*[2] 山田泰彦著、共形場理論入門、培風館

*[3] 鈴木淳史著、別冊 数理科学 SGC ライブラリ 47、現代物理数学への招待、— ランダムウォークからひろがる多彩な物理と数理 —、サイエンス社

[4] R. Szabo, An Introduction to String Theory and D-brane Dynamics, Imperial College Press, 2004

[5] K. Becker, M. Becker and M. Schwarz, String Theory and M-theory: A Modern Introduction, Cambridge Univ. Press

8. 連絡先等：

研究室：理1号館3階306号室

電話：内線 5601 (052-789-5601)

email：awata@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：宇沢 達（うざわ とおる）

2. テーマ：表現論

3. レベル：2-3

4. 目的、内容、到達目標：

このコースでは、表現論の基礎を学び、他の分野との関連を勉強することが目的です。

いずれにせよ、表現論とは何かを知る必要があります。そのためには、次の二冊がテキストとして適当と思います。

・セール 「有限群の線形表現」岩波書店（最初の二つ章）

・Fulton, Representation theory: A First Course, Springer Verlag

もう少し解析よりの教科書としては、

・Dym, McKean, "Fourier series and integrals"

があります。

5. 実施方法：

それぞれ学習したことについて毎週のクラスで発表してもらいます。また、随時問題を出す予定です。

6. 知っていることが望ましい知識：

一、二年生の微分積分と線形代数を知っていることが望ましい。

7. 参考書：

* Giorgi, 物理学におけるリー代数

* Diaconis, Group Representations in Probability and Statistics

* David Williams, Probability with Martingales

* Feller, An Introduction to probability theory

8. 連絡先等：

研究室：理1号館3階305号室

電話：内線2461 (052-789-2461)

email：uzawa@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：梅村 浩（うめむら ひろし）
2. テーマ：代数幾何入門
3. レベル：個々の学生に応じてレベルを設定する。
4. 目的、内容、到達目標：

次の3つの需要に応じる。

- (1) 代数幾何の専門家になることを目指す人。
- (2) 代数幾何を学んで他の分野で使いたい人。
- (3) 代数幾何がどのようなものか知りたい人。

(1) (2) の人はスキーム理論を学ぶとよい。学部の講義で学んだ位相、代数、多様体論、関数論の基本が押さえられている必要がある。(3) の人は入門的な易しい本で勉強する。

5. 実施方法：

それぞれ学習したことについて毎月10ページ程度のレポートを提出して頂きます。毎週のクラスでは勉強したことについて議論します。

6. 知っていることが望ましい知識：

特別な知識の要求はしません。

7. 参考書：

- * D. Mumford: Red book, Springer Lecture note. (1), (2) の人のために。スキーム理論を学ぶための最上の本である。
- * M, Reid: Undergraduate algebraic geometry London Math, Soc. Student texts 12. (3) の人のために。
- * 桂 利行：代数幾何入門、共立出版。(3) の人のために。

8. 連絡先等：

研究室：理1号館3階303号室

電話：内線2544 (052-789-2544)

email：umemura@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：大沢 健夫（おおさわ たけお）

2. テーマ：複素解析の基礎

3. レベル：区別しない

4. 目的、内容、到達目標：

複素解析にはコーシーの積分定理を始め、実解析にはない特有の美しさがある。そしてこれは線形代数や微積分と並んで広範囲の応用をもつ数学の重要な基礎部門である。それにも関わらず、学部のレベルでは最近複素解析のごく浅いところしか学習しない。このセミナーではそれを補う意味で、多様体論、群論、体論などの知識を全然必要としないごく基礎的なレベルの複素解析をしっかり身に付けることを第一の目標とする。少し進むと測度論や関数解析が必要になるが適宜補って行く。ただし線形代数と微積分のしっかりとした知識と応用力、それに何よりもまず普通の水準で筋道を通して考え、話す能力はこのセミナーに参加するための前提とする。この目標が達成されれば参加者の興味に応じて研究論文を読むための準備に入る。そのための指導は原則として個別に行なう。

5. 実施方法：

Walter Rudin 著「Real and Complex Analysis」の第10章から第16章までをセミナー形式で読み進める。毎回テキストから課題を探し、分担して取り組む。成果をあげた者には早めに次の課題を探す相談に乗りたい。

6. 知っていることが望ましい知識：

テキストを理解するためには必要ではないが、複素解析が登場した背景でもあるポテンシャル論や楕円積分、さらに代数幾何学のはしりとされるアーベル・ヤコービ対応の理論などを読みかじって（または聞きかじって）おくことは有益であろう。

7. 参考書：

アールフォース著「複素解析」(現代数学社)

8. 連絡先等：

研究室：理1号館3階301号室

電話：内線2823 (052-789-2823)

email：ohsawa@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：岡田 聡一（おかだ そういち）

2. テーマ：対称関数とその広がり

3. レベル：レベル2から3へ

4. 目的、内容、到達目標：

対称式（変数の置換に関して不変な多項式）やその無限変数版である対称関数は、数学の多くの場面に現れる基本的な対象である。特に、Schur 関数と呼ばれる対称式（関数）は、表現論や組合せ論をはじめ、多くの分野において重要な役割を果たしている。例えば、次のような形で現れている。

- (1) 一般線型群の既約表現の指標
- (2) 対称群の既約指標の値の母関数
- (3) 半標準盤と呼ばれる組合せ論的对象の母関数
- (4) グラスマン多様体のコホモロジー環の基底
- (5) アフィン Lie 代数のある種の表現の基底
- (6) KP 階層と呼ばれるソリトン方程式（微分方程式系）の解
- (7) 円周上の自由電子の波動関数
- (8) ...

そして、このように Schur 関数が多くの側面をもつことから、その相互関係を通して多くの実りある結果が得られている。また、それぞれの側面から Schur 関数の一般化や変種が考えられ、現在でも活発に研究が進められている。

この少人数クラスでは、上にあげたような対称関数（特に Schur 関数やその一般化）のもつ側面のいくつかとその相互の関係を学習する。同時に、表現論や組合せ論など関連する分野の基礎を習得する。

5. 実施方法：

この少人数クラスは、基本的には毎週 2 ~ 3 時間程度行い、休暇中は開講しない。前期は、参考書の [1] の Chapter I, [2] の Chapter 7, [3] の第 9 章に基づいて、対称関数の理論（特に Schur 関数）を基礎から、輪講形式で演習も含めながら学習する。後期は、上に述べたような対称関数の広がりを念頭において、各自が選んだテーマに関する発表を中心とする。また、年に数回、内容をまとめたレポートを提出してもらい、添削を行う。

6. 知っていることが望ましい知識：

レベル1の知識（学部3年生までに学習する程度のもの）があれば十分である。特に、線型代数や群論などの基礎をしっかりと理解していればよい。

7. 参考書 :

- *[1] I.G. Macdonald, Symmetric Functions and Hall Polynomials, Oxford Univ. Press.
- *[2] R.P. Stanley, Enumerative Combinatoris II, Cambridge Univ. Press.
- *[3] 岡田聡一, 古典群の表現論と組合せ論 (上・下), 培風館 .
- [4] W. Fulton, Young Tableaux, Cambridge Univ. Press.
- [5] 三輪 哲二, 神保 道夫, 伊達 悦朗, ソリトンの数理, 岩波講座応用数学, 岩波書店 .
- [6] 白石 潤一, 量子可積分系入門, サイエンス社 .

8. 連絡先等 :

研究室 : 理学部 A 館 4 階 451 号室

電話 : 内線 5596 (052-789-5596)

email : okada@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：落合 啓之（おちあい ひろゆき）

2. テーマ：D加群

3. レベル：問わない

4. 目的、内容、到達目標：

(1) 目的：理論を学習してそれを活用して問題を解く。

(2) 内容：D加群。使って問題が解ける程度まで学習する。

(3) 到達目標：普通の修士論文を書く。

5. 実施方法：

前期：特段の希望がなければ、[1]を学習する。Exerciseは全部解く。

後期：論文を読んで何か問題を解くか、あるいは別の本を読む。

最後に修士論文(M2)、あるいは学習報告(M1)を書く。

6. 知っていることが望ましい知識：

レベル1

7. 参考書：

[1]* S. C. Coutinho, A Primer of Algebraic D-modules, London Math. Soc. Student Texts **33**, 1995, Cambridge.

[2]* 谷崎俊之・堀田良之、D加群と代数群、Springer 東京、1995。代数幾何を使えると良い。

[3]* 柏原正樹、代数解析概論、岩波講座現代数学の展開 **9**, 2000。ゼミで扱うとしたら、面白いところをつまみ読みする。

[4]* F. V. Bien, D-modules and spherical representations, Princeton Univ. Press, Mathematical Notes **39**, 1990。誰かこれに挑戦してみませんか？

[5]* 齋藤睦・B. Sturmfels・高山信毅、Gröbner Deformations of Hypergeometric Differential Equations, Springer, Algorithms and Computation in Math. **6**, 2000。その他の超幾何関係の本でも良い。

8. 連絡先等：

研究室：理 1 号館 5 階 504 号室

電話：内線 2424 (052-789-2424)

email：ochiai AT math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ：<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~ochiai>

1. 教員名：加藤 淳（かとう じゅん）

2. テーマ：非線型分散型及び波動方程式

3. レベル：2～3

4. 目的、内容、到達目標：

この少人数クラスでは、数理物理に現れる偏微分方程式の中で特に、非線型波動現象を記述するモデルである、非線型分散型方程式及び波動方程式を扱います。非線型分散型方程式の代表的なものとしては、非線型シュレディンガー方程式や KdV 方程式があります。

分散型方程式及び波動方程式は、熱方程式に代表される放物型方程式と比較すると、基本解が可積分ではないことや、比較定理が成り立たないことなど、取り扱いが困難な面が多くあります。

このクラスでは、分散型方程式及び波動方程式を扱う際の基礎となる、実解析、フーリエ解析を身につけること、非線型偏微分方程式に対する関数解析的手法を習得すること、そしてそれらを具体的な非線型分散型及び波動方程式に対して応用できるようになることを目標とします。

5. 実施方法：

参加者の希望に応じて、下記の参考書 1～3 の何れかを輪講形式で読み進めます。

6. 知っていることが望ましい知識：

関数解析と、超関数の理論の基本的な知識があることが望ましいが、必要に応じて補えばよい。

7. 参考書：

1. 小川卓克, 非線形分散及び波動方程式に対する実解析的手法と適切性, Rokko Lectures in Mathematics **19**, 神戸大学 (2006).
2. T. Cazenave, A. Haraux, An Introduction to Semilinear Evolution Equations, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications **13**, Oxford University Press (1998).
3. R. Iorio, V. Iorio, Fourier Analysis and Partial Differential Equations, Cambridge Studies in Advanced Mathematics **70**, Cambridge University Press (2001).
4. T. Tao, Nonlinear Dispersive Equations, Local and Global Analysis, CBMS Regional Conference Series in Mathematics **106**, American Mathematical Society (2006).

8. 連絡先等：

研究室：理 1 号館 5 階 503 号室

電話：内線 2410 (052-789-2410)

email：jkato@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：久保 仁（くぼ まさし）
2. テーマ：確率微分方程式入門
3. レベル：2
4. 目的、内容、到達目標：

確率過程論の基礎と、それらの経済学、工学などへの応用について学ぶ。

内容はルベグ積分を基礎とした確率、確率変数などの定義からはじめ、確率過程、確率微分方程式の初歩まで。また応用として経済学で用いられる Black-Scholes 公式、経済学、工学などで用いられる確率制御などを含む。最初はテキスト [1] に沿ってすすめ (II-9 章「確率微分方程式」まで)、その後は参加者の理解度をみてテキスト (応用パート) を決める予定。

確率論特有の議論を身につけてもらうのはもちろんであるが、レベル2ということで、自学自習の力を身につけることが重要である。テキスト [1] はページ数の関係からしばしば定理などの証明が省略されており、これを他の参考文献などで補う必要がある。全体の組み立てや定義、表記法などが異なる本をうまく読み替えて理解する能力を養ってほしい。

5. 実施方法：

主として週1回3時間程度のセミナーを主に輪講形式で行うが、テキストの補足などの目的で講義形式で行う場合もある。

6. 知っていることが望ましい知識：

学部2年程度の知識 (微分積分学、線形代数、複素解析学、集合と位相) の知識があれば問題ない。ルベグ積分、常微分方程式の初歩については知っているとう理解がはやいが必須ではない。確率論については一から始めるので、高等学校で学んだ程度の知識で十分。

7. 参考書：

- * [1] 西尾真紀子・樋口保成「確率論教程シリーズ3 確率過程入門」培風館
- [2] 舟木直久「確率微分方程式」岩波書店

8. 連絡先等：

研究室：理1号館4階403号室

電話：内線 2825 (052-789-2825)

email：kubo@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：小林 亮一（こばやし りょういち）
2. テーマ：リッチ・フローとポアンカレおよび幾何化予想
3. レベル：レベル2または3
4. 目的、内容、到達目標：

Perelman は Ricci flow の局所非崩壊定理を証明して Thurston の幾何化予想・Poincaré 予想への Hamilton program を完成に導いた．本少人数クラスの目的は Perelman の3部作のうち第一論文 (math.DG/0211159) の内容を理解することである．Perelman を解読するのは容易ではない．しかし以下に記した解説論文を参考にすれば Riemann 幾何の経験があまりなくても、可能である．前半では、局所非崩壊定理の2通りの証明を通して、それが持つ驚異的に面白い数学的広がりを追体験する．後半では局所非崩壊定理が（その数学的広がりも含めて）3次元の幾何にどのように応用されたか、その独特の様子を観察する．以上は、担当者の頭の中にある少人数クラスの進め方の一例である．実際は、参加者と協議の上で、具体的なテーマを決めることになる．

5. 実施方法：

参加者と担当教員の間で担当個所を分担して、輪講・質疑応答の形式で進める．

6. 知っていることが望ましい知識：

曲面論などの幾何と熱方程式などの解析の基本的な知識があれば非常によい．それらが不足していても補充のためのセミナーを行うので心配はない．

7. 参考書：

- 1 R.S.Hamilton, “The formation of singularities in the Ricci flow”, in Surveys in Differential Geometry, Vol II, Internat. Press, Cambridge, (1995) 7-136.
- 2 G. Perelman, “The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications”, math.DG/0211159. —, “Ricci flow with surgery on three-manifolds”, math.DG/0303019. —, “Finite extinction time for the solutions of the Ricci flow on certain three-manifolds”, math.DG/0307245.
- 3 B. Kleiner and J. Lott, “Notes on Perelman’s papers”, math.DG/0605667.
- 4 J. W. Morgan and G. Tian, “Ricci flow and the Poincaré Conjecture”, math.DG/0607607.
- 5 P. Topping, “Lectures on the Ricci Flow”, LMS Lecture Notes 325, London Mathematical Society and Cambridge University Press (to appear), <http://www.maths.warwick.ac.uk/topping/RFnotes.html>

- 6 H.-D. Cao and X.-P. Zhu, “A complete proof of the Poincaré and Geometrization Conjectures – Application of the Hamilton-Perelman theory of the Ricci flow”, Asian J. Math. Vol. 10, No. 2, pp. 166-492 (2006).
- 7 小林亮一, “対数 Sobolev 不等式, エントロピー公式, Riemann 幾何的熱浴— Perelman による Ricci flow へのアプローチ —” (数学論説, 掲載予定)

8. 連絡先等 :

- 1 理 1 号館 5 階 501 号室
- 2 電話 : 内線 2432 (052-789-2432)
- 3 email : ryoichi@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：齊藤 博（さいとう ひろし）

2. テーマ：楕円曲線

3. レベル：2

4. 目的、内容、到達目標：

4.1 目的：楕円曲線という具体的なものを通じて数学のいろいろな面に触れることが目的である。

4.2 内容：内容は、楕円曲線に関連して、楕円積分と楕円関数、テータ関数、モジュラー群とモジュラー関数、正二十面体群と5次方程式、虚二次体、モーデルの定理などから取捨選択した主題を扱う。

4.3 到達目標：楕円曲線と、楕円積分、楕円関数の基本的事項を習得し、上記 4.2 に掲げられたいくつかの事項について理解することを到達目標とする。

5. 実施方法：

5.1 概ね前期は、参考書 [7.1] の始めの部分から、週 1 回 2 ~ 3 時間程度の輪講を通じて、基本的な事項を確認、獲得する。

5.2 後期は、各人の興味に従って、参考書 [7.1] の続きの部分を、順に、あるいは興味のある箇所を読んだり関連する部分の論文などを読み、あるいは研究する。

6. 知っていることが望ましい知識：

関数論はローラン展開くらいまでで良いが必須、多様体、体論は知っていた方が望ましいが必ずしもはじめから必須ではない。

7. 参考書：

*1 Henry McKean & Victor Moll, Elliptic curves function theory, geometry, arithmetic Cambridge University Press, 1997

2 Silverman, J., Tate, J. Rational points, Springer-Verlag, New York, 1992=J. H. シルヴァーマン, J. テイト著, 楕円曲線論入門, シュプリンガー・フェアラーク東京, 1995.

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館 3 階 335 号室

電話：内線 2545 (052-789-2545)

email：saito@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：佐藤 周友 (さとう かねとも)

2. テーマ：代数的な視点からの整数論

3. レベル：2～3のあたりを意図しています

4. 目的、内容、到達目標：

目的：代数的な視点からの整数論(いわゆる代数的整数論)の基本事項を学習し、整数論についての問題意識を培うことを目的とします。

内容：参考書リストの本 [1] または [2] の輪講を行い、幾何学的な色彩の濃いリーマン・ロッホの定理、代数的整数論の金字塔とも言える類体論、現代整数論の中心の一つであるゼータ関数・ L 関数について学習します。

到達目標：上記のトピックの内容を理解し、(学生によっては)さらなる学習への入口としてもらいます。なお、進度が早ければ次の学習内容も検討します。

5. 実施方法：

週2～3時間程度、参考書リストの本 [1] または [2] を題材にして輪講形式のセミナーを行うつもりですが、状況に応じて調整します。

6. 知っていることが望ましい知識：

線形代数・群論・ガロア理論・集合と位相・複素関数論などの基本事項が必要になりますので、積極的に復習して下さい。

7. 参考書：

[1] J. ノイキルヒ著「代数的整数論」(足立恒雄監修, 梅垣敦紀訳), シュプリンガー・フェアラーク東京, 2003年

[2] J. Neukirch, A. Schmidt, K. Wingberg, *Cohomology of Number Fields*. Grundlehren Math. Wiss. 323, Springer-Verlag, 2000

[3] S. Lang, *Algebraic Number Theory, 2nd ed.* Graduate Texts in Math. 110, Springer-Verlag, 1994

[4] H.-D. エビングハウス他著「数・上巻」(成木勇夫訳), シュプリンガー・フェアラーク東京, 1991年

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館 3 階 325 号室

電話：内線 2549 (052-789-2549)

email：kanetomo@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 庄司 俊明 (しょうじ としあき)

2. テーマ： 量子群の結晶基底と組合せ論

3. レベル： レベル 2 ~ 3

4. 目的、内容、到達目標：

量子群は 1985 年頃に V. G. Drinfeld と神保道夫氏によって独立に導入された。量子群といってもそれは群ではなく、パラメータ q を持つ非可換環である。リー環の普遍展開環の q 変形として得られるものがその典型例である。量子群は当初、数理論理学の可解格子模型の理論に現れる R 行列の記述を目的として導入されたがその後、組合せ論や表現論、位相幾何学など多くの分野との関連が見いだされ、21 世紀初頭までに飛躍的な発展を遂げた。特に Lusztig と柏原正樹氏によって創始された結晶基底の理論はその最大の成果のひとつである。量子群の結晶基底は $q \mapsto 0$ の極限での量子群の基底であり、そこでは表現論が著しく簡明になり組合せ論的な取扱いが可能になる。 q を温度のパラメータと思えば、それは絶対零度の世界で全てが凍り付き、結晶化されることをイメージしている。

A 型の affine Lie 環から得られる量子群の結晶基底は特に組合せ論と密接な関係を持っている。対称群の群環の q 変形として Hecke 環が構成され結晶基底を通じて Hecke 環の表現論が量子群の表現論と関係し、それらは Young 図形と呼ばれる組合せ論的な対象によって記述されるのである。

この少人数クラスでは、量子群の結晶基底についての一般論を学んだ後、結晶基底の組合せ論的側面を追求する。特に、Hecke 環の表現論との関連や Young 図形、Young 盤を用いた対称関数の理論との関連などを調べる。

5. 実施方法：

前半は教科書 [1] の輪講をする。週一回 2 時間程度行う。目標は結晶基底の理論を概観することだが、[2], [3] でリー代数や量子群についての基礎知識を補ないながら進む。後半は結晶基底の組合せ論的な応用を目標にする。これについては多くの選択枝があるので、参加者の希望にしたがって、Hecke 環の表現論、対称関数の理論などいくつかのテーマを選んでいくことにする。

6. 知っていることが望ましい知識：

線形代数を使いこなせること、学部 3 年までに学ぶ、群、環、体および加群の基礎が身についていることが望ましい。

7. 参考書 :

1. J. Hong and S.-J. Kang, Introduction to Quantum Groups and Crystal bases, Amer. Math. Soc. 2002
2. 谷崎俊之, リー代数と量子群, 共立出版, 2002
3. 神保道夫, 量子群とヤンバクスター方程式, シュプリンガー・フェアラーク東京, 1990
4. 有木進, $A_{r-1}^{(1)}$ 型量子群の表現とヤング盤の組合せ論, 上智大学数学講究録 1999.

8. 連絡先等 :

研究室 : 理 1 号館 5 階 505 号室

電話 : 内線 5605 (052-789-5605)

email : shoji@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ : <http://www.math.nagoya-u.ac.jp/shoji>

1. 教員名：鈴木 紀明（すずき のりあき）

2. テーマ：特異積分と関数の微分可能性

3. レベル：レベル 2

4. 目的、内容、到達目標：

調和解析 (実解析的手法) は偏微分方程式論，ポテンシャル論や多変数関数論の研究において基本的道具である．この少人数クラスで学ぶ調和解析は，Fourier 変換，Vitali の被覆定理，Hardy-Littlewood の極大関数，Marcinkiewicz の補間定理，Hilbert 変換などの特異積分，調和関数の基礎性質などの古典的理論である．その後の発展については，例えば大著 [3] が参考になる．

到達目標としては，Riesz 変換や Littlewood-Pealey 理論，さらには Calderon-Zygmund の特異積分論などの発展的話題を自主学習できるまでの基礎力を身につけることである．

5. 実施方法：

Stein の教科書 [1] をテキストにする．この本の出版は 40 年近く前であるが，今でも価値を失っていない名著である．毎週 3 時間程度のセミナーを予定していて，前半はこのテキストの 3 章までを全員で輪読する．夏休み後はテキストの後半部分から各自が興味深い話題を選んで実解析的手法の応用を学ぶ．その際には文献 [2] も参考になるであろう．

6. 知っていることが望ましい知識：

多変数の微積分，複素解析，ルベーグ積分 (測度論) および L^p 空間などの関数解析の初歩．

7. 参考書：

*[1] E.M. Stein, Singular integrals and differentiability properties of functions, Princeton, 1970.

[2] E.M. Stein and G. Weiss, Introduction to Fourier analysis on Euclidean spaces, Princeton, 1971.

[3] E.M Stein, Harmonic Analysis, real-variable method, orthogonality, and oscillatory integrals, Princeton, 1993.

[4] 猪狩 惺，実解析入門，岩波書店，1006.

[5] 水田義弘，実解析入門 (測度・積分・ソボレフ空間)，培風館，1999.

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館 3 階 337 号室

電話：内線 5580 (052-789-5580)

email：nsuzuki@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：寺西 鎮男（てらにし やすお）

2. テーマ：Lie 群の不変式と表現

3. レベル：区別しない

4. 目的、内容、到達目標：

このクラスのテーマは Lie 群論です。具体的なリー群、特に古典群の不変式と表現について理解を深めることが目的です。

19 世紀の後半に、Lie 群論は Sophus Lie により創始され、それ以来、発展してきました。現在では、数学や物理学のいろいろな分野と関連する大きな分野になっています。不変式論は射影幾何学における、幾何学的な関係式の研究から、Cayley, Hilbert 等によって、発展しました。特に Hilbert の「神学」は大きな影響をその後の代数学の研究に与え、可換代数学の一つの出発点となりました。古典不変式論で扱う群は一般線形群です。この群と関連する Lie 群の不変式や表現を具体的に調べるのが到達目標になります。

5. 実施方法：

下にあげた参考書からテキストを決めて参加者で手分けして、テキストの輪講を週 1 回行なう。参加者と相談して決めたいと思います。また、必要に応じて、知識等を講義形式で補います。

6. 知っていることが望ましい知識：

3 年生までに学んだ知識。特に、線形代数、微分積分学、代数学の初歩のしっかりした基礎知識。

7. 参考書：

- (1) C. Procesi, Lie groups an approach through invariants and representatons, Springer UTX, 2006.
- (2) H. Weyl, The classical groups, Princeton, Univ. Press, 1973.（和訳あり）
- (3) D. Hilbert, Theory of algebraic invariants, Cambridge Univ Press, 1993.
- (4) 向井 茂, モジュライ 理論 1,2, 岩波書店
- (5) R. Howe, The classical groups and invariants of binary forms, in Proceedings of Symposia in Pure Mathematics vol. 48 (1988).

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館 4 階 429 号室

電話： 内線 2409 (052-789-2409)

email：teranish@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：中西 知樹（なかにし ともき）

2. テーマ：量子群とベータ仮説

3. レベル：レベル2

4. 目的、内容、到達目標：

1970 代後半に Faddeev らは XXX 模型などの量子可積分模型におけるベータ仮説法の研究を始め、1984 年に Drinfeld と神保はその背後にある代数構造として「量子群」という Hopf 代数のクラスを導入した。具体的には、XXX 模型には A_1 型の Yangian が、XXZ 模型は A_1 型の量子アフィン代数が対応している。このように量子群とベータ仮説はその起源からすでに表裏一体のものであり、その後それぞれについて多くの研究と進展が成されているにも関わらず、依然として「表裏の距離」は当初よりさほど縮まっているとは言いがたい状況にある。このクラスでは、量子群とベータ仮説法の双方の視点を学び、双方の距離を縮めるための出発点にたつことを目標とする。

5. 実施方法：

実際の受講者の構成と各受講者の状況に応じた適切な方法で行うが、以下の 2 つが主になるであろう。

- M1 (あるいは量子群やその基礎となる Lie 代数の未修者) を中心に Lie 代数の基礎から量子群までをテキストや基礎的な論文により学ぶ。
- M2 (あるいは量子群やその基礎となる Lie 代数の既修者) を中心にベータ仮説の論文の講読から始め、修論作成を目指す。

6. 知っていることが望ましい知識：

線形代数の確固とした理解が必要にしてほぼ十分である。

7. 参考書：

Lie 代数のコースは以下のテキストから始める予定 (最近出たばかりの本)

- * K. Erdmann and M. J. Wildon, Introduction to Lie Algebras, Springer

ベータ仮説は、以下の論文から始める予定 (いずれも web にて入手可能)

L. D. Faddeev, How algebraic Bethe ansatz works for integrable model, arXiv:hep-th/9605187.

N. Kitanine, J. M. Maillet, V. Terras, Spontaneous magnetization of the XXZ Heisenberg spin-1/2 chain, Nuclear Physics B 554[FS] (1999) 679–696.

8. 連絡先等：

研究室：理1号館4階406号室

電話：内線5575 (052-789-5575)

email：nakanisi@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 納谷 信 （なやたに しん）
2. テーマ： ランダム群 — 幾何学的群論における確率論的方法 —
3. レベル： 区別しない

4. 目的、内容、到達目標：

この少人数クラスの目的は、1990年代にグロモフによって導入されたランダム群の理論を学習・研究することである。ランダム群とは、大雑把にいうと、何らかの指定された条件をみたす群全体のなす確率空間から、ランダムに選ばれた要素のことをいう。（条件の指定の仕方に応じて、異なるランダム群のモデルが得られる。）

このような、ランダムな数学的対象の確率論的手法による研究のひな形は、1940年代にエルデーシュによって創始されたランダム・グラフの理論にみられる。グラフと群の間には密接な関係があり、また、ランダム・グラフに関する結果がランダム群に応用される局面もある。そこで、前期はランダム・グラフおよび幾何学的群論の基礎事項について学習し、後期から本格的にランダム群の学習に取りかかることにする。

到達目標は、ランダム群に関する論文を何か一つ読み通すこととする。M2については、さらに、何か新しい問題を設定してそれを解決することが望まれる。

5. 実施方法：

週に1回、おもに輪講形式のセミナーを行うことにより進める。詳細は、受講者と相談した上で決めるが、当面は以下のようなことを考えている。

前期は、Bollobas の *Modern Graph Theory* の第7章から第9章、および Ollivier の *January 2005 invitation* の *A primer to geometric group theory* の章を講読し、ランダム・グラフやグラフ上のランダムウォーク、および幾何学的群論の基礎事項を学習する。

後期は、Ollivier の *January 2005 invitation* や論文、Silberman や Zuk の論文等を講読することにより、ランダム群の研究における基本的な技法を学んでいくことにする。

6. 知っていることが望ましい知識：

微積分、線形代数、群論の初歩。あと、必要になったら、知らないことでも調べて身につけようという意識が重要。

7. 参考書：

- * B. Bollobas, *Modern Graph Theory*, Graduate Texts in Mathematics 184, Springer, 1998.
- B. Bollobas, *Random Graphs*, Cambridge studies in advanced mathematics 73, Cambridge University Press, 2001.
- Y. Ollivier, *A January 2005 invitation to random groups*, <http://www.umpa.ens-lyon.fr/yollivie/pubs.html>

M. Gromov, Random walk in random groups, *Geom. Funct. Anal.* 13 (2003), 73-146.

L. Silberman, Addendum to “Random walk in random groups” by M. Gromov, *Geom. Funct. Anal.* 13 (2003), 147-177.

A. Żuk, Property (T) and Kazhdan constants for discrete groups, *Geom. Funct. Anal.* 13 (2003), 643-670.

8. 連絡先等 :

研究室 : 理学部 A 館 4 階 457 号室

電話 : 内線 2814 (052-789-2814)

email : nayatani@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：藤原 一宏 (ふじわら かずひろ)

2. テーマ：楕円曲線の数論

3. レベル：当面区別しない

4. 目的、内容、到達目標：

4.1 目的：楕円曲線の基礎を学び、数論との関係を理解すること。楕円曲線とは数理科学全般に現れる非常に重要な曲線である。これらは幾何学的な存在であるが、実はより代数的、解析的な対象（ガロア表現や保型形式など）と深い関係がある（非可換類体論と呼ばれ、フェルマーの最終定理の解決とも関係がある）。現在も爆発的に研究が進んでおり、佐藤-Tate予想という長年の予想も昨年（ほぼ）解決された。これらとの関係を意識しつつ、基礎の部分学ぶこととしたい。

4.2 内容：楕円曲線の基礎理論を前期に学ぶ。後期からは、L-関数や、ガロア表現の性質などの話題に進みたい。

4.3 到達目標：楕円曲線で「遊べる」ようになること。

5. 実施方法：

当面、基礎力のチェックを含め、参考書に挙げた本を学ぶ。その後については参加者の興味の方向性に従って臨機応変に対応する。

6. 知っていることが望ましい知識：

レベル1の知識で重要なのは、関数論、および代数の基礎的な部分（線形代数や、剰余類、準同型定理など）。前期の段階で幾何学の基本的な講義を受けていることが望ましい。しかしながら、何より重要なのは、必要になったら分野を問わず吸収していくチャレンジする気持ちであるので、「角をためて牛を殺す」ことを望んではいない。

7. 参考書：

原書を読むことを勧める。

Rational Points on Elliptic Curves

Joseph H. Silverman, John Tate, Springer Verlag

(*楕円曲線論入門 (単行本))

J.H. シルヴァーマン (著), J. テイト (著), Joseph H. Silverman (原著), John Tate (原著), シュプリンガー・フェアラーク東京)

* Abelian l -adic Representations and Elliptic Curves (Research Notes in Mathematics (J. P. セール, 楕円曲線と l 進アーベル表現, ピアソンエデュケーション)

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館 4 階 459 号室

電話：内線 2818 (052-789-2818)

email：fujiwara@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：松本 耕二（まつもと こうじ）
2. テーマ：保型形式への入門
3. レベル：区別しない
4. 目的、内容、到達目標：

保型形式の理論の入門的な内容を学ぶことが主要な目標であるが、実際の内容は集まった学生の知識レベルや興味の方角にもよるので現段階ではあまり限定的には書けない。一応、モジュラー形式とその L 関数の理論、あるいは関連する群の構造などを勉強することなどを想定している。

5. 実施方法：

主として学生による輪講形式だが、複数のテキストを平行して学ぶ形式も有り得る。

6. 知っていることが望ましい知識：

線形代数, 群論, 複素関数論

7. 参考書：

保型形式の教科書は非常にたくさんある。いくつか入門的なものや日本語で書かれたものだけ挙げておく。

T.M.Apostol, Modular Functions and Dirichlet Series in Number Theory, Springer

土井, 三宅, 保型形式と整数論, 紀伊國屋書店

黒川ら, 数論 3, 岩波書店

8. 連絡先等：

研究室：理 1 号館 3 階 357 号室

電話：内線 2414 (052-789-2414)

email：khojimat@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ：<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/kohjimat/test.html>

1. 教員名：南 和彦（みなみ かずひこ）
2. テーマ：量子力学と統計力学、およびその数学的基礎
3. レベル：区別しない
4. 目的、内容、到達目標：

前期は主に量子力学と統計力学の基礎理論について、後期はその数学的な基礎付けと定式化について学ぶ。これらの基礎理論をまず物理学科の学生と同様な形で勉強したうえで、その数学的に厳密な定式化を試みる。数学と物理学の両者に関連する最新の問題について議論する場合がある。

5. 実施方法：

週1回2時間程度のセミナー。特に後期についてはM1とM2は別に扱うことになる。

6. 知っていることが望ましい知識：

3年生までに学んだ知識。必要に応じてセミナーで補う。M2については、M1で学んだ内容が量子力学あるいは統計力学に関連することが望ましいが、この分野に強い興味を持つ場合にはその限りではない。

7. 参考書：

- * ランダウ・リフシッツ「量子力学1、2」「統計物理学(上)」
- * フォン・ノイマン「量子力学の数学的基礎」
- * H.O.Georgii "Gibbs Measures and Phase Transitions", de Gruyter ed., Studies in Mathematics 9 (1988)

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館 3 階 333 号室

電話：内線 5578 (052-789-5578)

email：minami@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名：吉田 健一（よしだ けんいち）

2. テーマ：整閉包と密着閉包（可換環論）

3. レベル：2～3（状況に応じて）

4. 目的、内容、到達目標：

4.1. 目的：密着閉包の理論は、Hochster と Huneke により 1990 年頃に導入され、「正標数の可換環論」—代数的な手法による特異点の研究—として知られています。例えば、有理（ログ端末）特異点の正標数版として、 F -有理（ F -正則）特異点が密着閉包を用いて定義できます。一方、整閉包は古典的な概念です。そもそも密着閉包と言う名前は、整閉包と比較してイデアル自身により「密着」していることから来ています。

4.2. 内容：[1] または [2] の輪読を通じて、整閉包（もしくは密着閉包）の理論を学び、昨今の未解決問題に取り組んで欲しい。最近では、密着閉包の理論は乗数イデアルの理論、 D -加群の理論などとも深く関わるようになってきています。例えば、自主学習として [6] を読んだり、特異点の勉強をすることにより、テーマはぐっと広がります。

4.3. 到達目標：本テーマには、人員不足（従って、実験不足）のため解かれていないような（他の様々な分野とかかわる）問題がたくさんあります。このような問題の1つを解決してもらうことが目標です。

5. 実施方法：

参加者の興味／実力に応じて、Huneke(ら)の本 [1],[2] のいずれかを輪読（1週間に1回）したいと思います。[1] は整閉包を中心に書かれています。比較的予備知識も少ない本ですが、1年間で読みきるのは少々大変かも知れません。[2] は密着閉包を中心に書かれています。[3] の基本的な部分を仮定しています。どちらも練習問題が豊富で勉強すべきことにあふれていますので、参加者により解答集の作成ができるぐらいの活発なセミナーになることを期待しています。また、教員自身の講義を通じて、修士論文の「種」を提供することを考えています。

6. 知っていることが望ましい知識：

学部3年生程度の【環と加群】の知識に加えて、イデアル論とホモロジー代数に関する多少の素養（例えば、[3] とか [5] の一部）を持っていることが望ましい。そうでない場合には相談に応じます。

7. 参考書：

*[1] I. Swanson and C. Huneke, *Integral Closure of Ideals, Rings, and Modules*, London Mathematical Society, Lecture Note Series **336**, 2006.

*[2] C. Huneke, *Tight Closure and Its Applications*, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1996.

- [3] H. Matsumura, *Commutative Ring Theory*, Cambridge University Press, 1989. (原本あり : 「可換環論」)
- [4] W. Bruns and J. Herzog, *Cohen–Macaulay rings*, 2nd edition, Cambridge University Press, 1998.
- [5] M. F. Atiyah and L. G. Macdonald, *Introduction to Commutative Algebra*, 1969.
- [6] 大阿久 俊則, 「D 加群と計算数学 (すうがくの風景 5)」, 朝倉書店, 2002.

8. 連絡先等 :

研究室 : 理 1 号館 2 階 201 号室

電話 : 内線 2422 (052-789-2422)

email : yoshida@math.nagoya-u.ac.jp