２００５年度

少人数クラスコースデザイン

多元数理科学研究科

２００５年度

少人数クラスコースデザイン目次

粟田英資 …… 1
宇沢　達 …… 3
梅村　浩 …… 5
岡田聡一 …… 7
落合啓之 …… 9
金井雅彦 …… 11
J. Garrigue …… 13
木村芳文 …… 15
小林亮一 …… 17
金銅誠之 …… 19
庄司俊明 …… 21
楯　辰哉 …… 23
谷川好男 …… 25
津川光太郎 …… 27
土屋昭博 …… 29
中西知樹 …… 31
納谷　信 …… 33
藤野　修 …… 35
藤原一宏 …… 37
松本耕二 …… 39
吉田健一 …… 41

1. **教員名：** 粟田　英資（あわた　ひでとし）

2. **テーマ：** 弦理論入門

3. **レベル：** ２（３にも対応可）

4. **目的、内容、到達目標：**

4.1. 目的
本少人数クラスの主題である弦理論とは、重力を含む相互作用の統一理論として有力視されている物理の理論ですが、数論、代数、幾何、解析、確率論等のほとんどの（基礎論以外の）数学と関係し、数学的にも非常に興味深い理論です。本少人数クラスでは弦理論を通して、科学の多様性を学ぶ事を目的とします。

4.2. 内容
我々の宇宙は、幾種類かの素粒子（クオークやレプトン達）で構成されているいますが、実は只一種類の弦という１次元的対象だけが存在して、その振動の仕方の違いが素粒子の種類の違いに対応していると考えるのが、弦理論です。更にこの弦の振動は、物質のみならず重力も含めた相互作用を司る粒子にも対応し、相互作用の統一理論として最も包括的な理論となっています。

4.3. 到達目標
　本少人数クラスでは、弦理論を学ぶための基礎（相対論、電磁場、古典弦、光錐量子化等）から始め、主にボゾン的弦理論の基礎（ビラソロ代数、D ブレーン、T 相対性等）を学んで行く。時間があれば超対称性のある場合の弦理論の基礎にも触れたい。

5. **実施方法：**

講義と輪講を交えながら学んで行く。後期には各自の自主学習の報告を行う機会をもうける。

6. **知っていることが望ましい知識：**

必要な知識としては、物理は仮定しません。あえて言うなら高校程度の物理学の漠然とした記憶がある程度で構いません。数学も教養の数学程度で大丈夫です。

7. **参考書：**

*[1] B. Zwieback, ”A First Course in String Theory,” Cambridge univ. press, 2004 (￡35, 約￥7,844)

は物理学者の書いた本ですが、予備知識なしで読めると思います。場合によっては多少予備知識の必要な以下の本などもお勧めです。

[2] K. Hori et.al. "Mirror Symmetry," AMS CMI, 2003

[3] J. Polchinski, "String Theory," Cambridge univ. press, 1998

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　３階　３０６号室

電話：内線 5601 (052-789-5601)

email：awata@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 宇沢　達（うざわ　とおる）

2. テーマ： 表現論入門

3. レベル： レベル２、３に相当

4. 目的、内容、到達目標：

群 G の表現とは、G からベクトル空間 V の上の可逆な線形作用素全体 $GL(V)$ への準同型 ρ のことである。表現論は、1900 年の Frobenius の論文に始まり、物理学、幾何、整数論、解析などさまざまな分野と密接な関係をもって発展してきた。

このコースの目的は、表現論の原型となる、有限群の表現論を学び、典型的な群の表現論とその応用を学ぶことにある。

典型的な例としては、対称群、有限体上の一般線形群、実体、有限体上のハイゼンベルグ群、そして回転群があげられる。群の表現論の応用の例として以下トピックスを思いつくままに挙げてみた。コースでは、参加者の興味にあわせて実際扱うトピックを決めることになる。

- 対称群の表現と多項式
- $GL(2, \mathbb{F}_q)$ の表現論
- 回転群の表現論
- ハイゼンベルグ群の表現とフーリエ解析
- ハイゼンベルグ群とキリロフの軌道法
- ハイゼンベルグ群の表現と偏微分作用素の可解性
- 「応用」表現論（レーダーの理論など）

5. 実施方法：

最初の数ヶ月は講義＋演習方式でコースを進める。演習では、参加者が相談しながら問題を解いていく過程を重視する。表現論の基礎が身に付いたところで参加者各自が選んだトピックについて発表を行う。

6. 知っていることが望ましい知識：

３年生までの知識、つまり群の概念、ある程度の幾何、解析の初歩の知識があることが望ましい。実際に問題を解く場合には、微分積分と線形代数を使いこなせることが必須である。群とその表現は以上の知識のよい例となっているので、クラスに参加しながら基礎固めをすることも可能である。

7. 参考書：

ファン・デア・ヴェルデン　「現代代数学」　東京図書

セール　「有限群の線形表現」岩波書店

堀田良之　「加群十話」

山内　恭彦　「回転群とその表現」岩波書店（絶版）

Piatetski-Shapiro, ”Complex representations of GL” American Mathematical Society
Gelfand, Graev, Piatetski-Shapiro, ”Representation Theory and Automorphic Functions” Academic Press, (旧版は W.B. Saunders)

Roger Howe, ”On the role of the Heisenberg group in harmonic analysis”, Bull. Amer. Math.Soc.,3(2);821–843, September 1980

Audrey Terras, ”Fourier Analysis on Finite Groups and Applications”, Cambridge University Press

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　３階　３０５号室

電話：内線 2461 (052-789-2461)

email：uzawa@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 梅村　浩（うめむら　ひろし）

2. テーマ： グラスマン多様体とリーマン面

3. レベル： レベル２

4. 目的、内容、到達目標：

4.1. 目的
具体的な例を通して代数幾何学の基礎知識を習得する。

4.2. 内容
代数幾何学の基本である直線束についてまず学習する。そのあと大切な空間であるグラスマン多様体について学ぶ。さらにコンパクトリーマン面＝代数曲線を学習する。種数が 0, 1 の場合を例にとり具体的に勉強する。

4.3. 到達目標
直線束の把握.

グラスマン多様体の基礎についての理解.

低い種数の代数曲線を通しての代数曲線論の理解.

5. 実施方法：

参加者各自がテキストを学習し、それについての短いレポートを毎回提出する。この過程で物事を正確に理解し表現する練習をする。困難を感じる部分については、参加者全体で討論する。学習を容易にするために、必要に応じて指導教官が講義する。

6. 知っていることが望ましい知識：

多様体の定義、ベクトル場、一般線型群 GL_n、 関数論。

7. 参考書：

* Griffiths Harris: Principle of algebraic geometry, John Wiley & Sons, 1978. Chap. 1 の 1，5 節. Chap. 2.

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　３階　３０３号室

電話：内線 2544 (052-789-2544)

email：umemura@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 岡田　聡一（おかだ　そういち）

2. テーマ： 量子群の表現論と結晶基底

3. レベル： レベル 2 から 3 に向けて

4. 目的、内容、到達目標：

量子群（quantum group）は、数理物理学の可解模型に現れる R 行列の研究を動機として、1985 年頃 V. G. Drinfeld と神保 道夫によって独立に導入された代数系である。量子群は、通常の「群」ではなく、パラメーター q を含む非可換環であり、Lie 代数から自然に構成される普遍包絡環の q 変形、拡張となっている。量子群は、数理物理学だけでなく、結び目・絡み目の理論、Hecke 環などの表現論、特殊関数論など、多くの分野で重要な役割を果たしており、現在でも活発に研究が進められている。

量子群の表現論には、有限次元半単純 Lie 代数の表現論と平行して議論できる部分もある一方で、パラメーター q を 0 や 1 のべき根に特殊化することによって現れる新しい側面もある。q が 1 のべき根であるときの量子群の表現論は、有限体上の一般線型群などのモジュラー表現論とも結びつき、Lusztig プログラムの一角を占めている。一方、$q \to 0$ の極限における量子群の表現論では、柏原 正樹による結晶基底、大域基底、Lusztig による標準基底の理論が鍵となる。そして、結晶基底などを用いることによって、一般線型群の表現論と Young 盤、Robinson-Schensted 対応などの組合せ論との関係がより明確に理解されるようになっただけでなく、組合せ論的表現論、幾何学的表現論との関係が深まっている。

この少人数クラスでは、量子群の表現論をメインのテーマとし、Lie 代数、量子群とその表現論に関する基礎を習得するとともに、結晶基底とその組合せ論との関係について学習する。そして、$\mathfrak{sl}_2$ などの具体例を通して、これらの内容を理解することを目的とする。

5. 実施方法：

この少人数クラスは、基本的には毎週 2 時間程度行い、休暇中は開講しない。まず、Lie 代数、量子群とその表現論の基礎を、$\mathfrak{sl}_2$ の場合を軸として、講義と輪講を交えながら学習する。この段階では、参考書の [1] の第 1 章、第 2 章、[2] の前半、[3] の Chapter 3 の内容を扱う。その後、[3] の Chapter 4 – 7 に従って、結晶基底の理論を学んでいく。年に数回、内容をまとめたレポートを提出してもらい、添削を行う。また、後期には各自の自主学習・研究の報告を行う機会を設ける。

6. 知っていることが望ましい知識：

レベル 1 の知識（学部 3 年生までに学習する程度のもの）があれば十分である。重要なのは、線型代数や群論、環論などの基礎をしっかりと理解していることである。Lie 代数については、この少人数クラスでも学習するので、予備知識として仮定しない。

7. 参考書：

*[1] 谷崎 俊之，リー代数と量子群，共立出版，2002.

*[2] 神保 道夫，量子群とヤン・バクスター方程式，シュプリンガー・フェアラーク東京，1990.

*[3] J. Hong and S.-J. Kang, Introduction to Quantum Groups and Crystal Bases, Amer. Math. Soc., 2002.

[4] J. C. Jantzen, Lectures on Quantum Groups, Amer. Math. Soc., 1996.

[5] 柏原 正樹，Crystal Basis of Modified Quantized Universal Enveloping Algebra，東京大学数理科学セミナリーノート，1995.

[6] M. Kashiwara, Bases cristallines de groupes quantiques, Soc. Math. France, 2002.

[7] 有木 進，$A_{r-1}^{(1)}$ 型量子群の表現論と組合せ論，上智大学数学講究録，2000.

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館　４階　４５１号室

電話：内線 5596 (052-789-5596)

email：okada@math.nagoya-u.ac.jp

1. **教員名：** 落合　啓之（おちあい　ひろゆき）

2. **テーマ：** 超幾何系（hypergeometric system）

3. **レベル：** レベル２、レベル３の別を区別しない

4. **目的、内容、到達目標：**

4.1. 目的
特殊関数論の対称性からの取り扱いをめざす。例えば超幾何関数を代表とする超幾何系を総合的に理解する。

4.2. 背景
超幾何関数は、指数関数 e^x や三角関数 $\sin x$ などのようによく分かっている関数と、まったく一般の関数 $f(x)$ の中間に位置し、特別に良いことが成り立つ『特殊関数 (special function)』の一種である。特殊関数の中でも超幾何関数は、微分方程式論・表現論に相性がよい。

4.3. 内容 [いろいろなアプローチが考えられるので一例を挙げる.]
下記に挙げた参考書 [1] などで、Weil 表現 (＝調和振動子表現) と呼ばれる極小表現を学習する。とりあえずは理論に偏ることなく、計算力をつけ問題解決能力を充実させることにつとめる。

4.4. 展開
先へ進めば、Laplace 方程式 $\Delta u = \delta$ の基本解やテータ級数 $\sum_{n=-\infty}^{\infty} q^{n^2}$, 持ち上げもこの極小表現による理解を持つ。多変数化, ルート (root) 系に付随した超幾何系 (spherical function) というルート (route) もある。

4.5. 到達目標
普通の修士論文を書く。

5. **実施方法：**

目標を達成する力をつける方法として、前半は

- 担当教員 (落合) が講義を行う。
- 受講学生がテキストを輪読し発表する。

を主体とする。後半は問題解法などに向けた個別指導も織り交ぜる。また、全体を通じて、内外で行われる研究会に参加したり集中講義を受講したりすることで研究交流を行ない、数学的な刺激を受けることを強く促したい。

6. **知っていることが望ましい知識：**

- 学部３年生までに学んだことがらのうち必須となるのは、微分積分学と線形代数学を使える力である。（複素関数論や積分論も使えれば望ましいが、これから学習するのでもかまわない。）
- セミナーの準備や発表の仕方、講義のノートの取り方などの数学基本作法。

7. 参考書：

*1 R. Howe, E. C. Tan, Non-Abelian Harmonic Analysis, Applications of $SL(2, \mathbf{R})$, Springer, Universitext, 1992. たとえばこの本の必要な箇所を順次セミナーで学習していく。準備に労力を割くのではなく、本論に力を注いでいき、必要となる知識は同時に学習していく。

*2 平井武・山下博「表現論入門セミナー」遊星社, 2003. 後半は極小表現の代数的側面を扱っていてこのゼミでしたいことと相補的であり有用である。前半は種々の例もありつまみ読みもできるだろう。

3 原岡喜重「超幾何関数」朝倉書店 (すうがくの風景) 2002. 超幾何関数のさまざまな側面を手際よく解説している。上手に省略されているところが気に障るようになれば合格。

4 ペトコブセフ・ウィルフ・ザイルバーガー「A=B」トッパン, 数理科学シリーズ **7**, 1997. 超幾何に代表される級数と計算機援用の側面が数学的に明快に書かれている。等式とは何なのか、それを証明するとはどういうことなのかが、たくさんの具体例を伴って書かれていて、臨戦的。

5 大阿久俊則「D 加群と計算数学」朝倉書店 (すうがくの風景 **5**) 2002. 超幾何で知っておくと便利な D 加群を、とりあえず「少ない予備知識で」「証明をごまかさずに書く」という目標で解説している。例を持ちながら一般論を勉強する練習。

6 堀田良之、渡辺敬一、庄司俊明、三町勝久「群論の進化」朝倉書店 (代数学百科 **1**), 2004. これ一冊で『百科』というわけではないのですべてが網羅されてはいないものの、一般的用語が手短に解説されている第１章、私の隣室の庄司先生の書かれた第３章など Dynkin 数学の多側面が書かれた専門書。

7 松木敏彦「リー群入門」日本評論社, 2005. 連載の単行本化。幾何的 (図形的) 取り扱いに妙味があり、使えると便利な小技が各所にある。

8 佐武一郎「リー環の話」日本評論社、1987 (新版 2002). 連載の単行本化。すでに古典の域。線形代数やルート系の組み合わせ論的側面をきちんと学習するのが本論。佐武氏の本はいつも付録が楽しい (食玩)。なお、佐竹という間違いは恥ずかしい。

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　５階　５０４号室

電話：内線 2424 (052-789-2424)

email：ochiai@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ：`http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~ochiai/index.html`

1. 教員名： 金井　雅彦（かない　まさひこ）

2. テーマ： 離散群と幾何学

3. レベル： 3

4. 目的、内容、到達目標：

離散群は難しい。連続群と比したとき、とくにそれは顕著である。しかし同時に、離散群は言いようもなく魅力的ある。その離散群に対し幾何学からのアプローチを図るのが、この少人数クラスである。そこで扱われるであろうサブテーマとしては、以下のようなものが考えられる：

・Riemann 多様体の曲率と基本群

・ Lie 群の離散部分群

・トポロジーと群作用

・幾何学的群論

「離散群と幾何学」に関わる論文を最低１本を読み、それに対する解説を書き上げることを目標とする。参考までに、題材の候補として考えている論文の一部を挙げよう：

- E. Calabi and L. Markus, Relativistic space forms, Ann. of Math., 75(1962), 63–76.

- A. Casson and D. Jungreis, Convergence groups and Seifert fibered 3-manifolds, Invent. Math., 118 (1994), 441–456.

- E. Ghys, Groupes d'homéomorphismes du cercle et cohomologie bornée, in "The Lefschetz centennial conference, Part III ", Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1987, pp.81–106.

- M. Gromov, Groups of polynomial growth and expanding maps, Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math., 53(1981), 53–73.

- M. Gromov, Hyperbolic groups, in "Essays in Group Theory ", Springer, New York, 1987, pp. 75–263.

- C. Hodgson and S. P. Kerckhoff, Rigidity of hyperbolic cone-manifolds and hyperbolic Dehn surgery, J. Differential Geom. 48 (1998), 1–59.

- H. B. Lawson and S. T. Yau, Compact manifolds of nonpositive curvature, J. Diff. Geom. 7(1972), 211–228.

- J. Milnor, A note on curvature and fundamental group, J. Diff. Geom., 2(1968), 1–7.

- A. Weil, Remarks on the cohomology of groups, Ann. of Math., 80(1964), 149–157.

5. 実施方法：

基本事項の習得が必ずしも十分でない学生に対しては、論文講読に先立ち基礎学力の補強を行って貰う。これを輪講形式で行う。Riemann 多様体の測地線・曲率・比較定理に関

し勉強する必要がある場合には、[CE] の第１章を教科書として利用した輪講に参加して貰う。一方、とりあえず Lie 群や Lie 環の基礎を手早く身につけたい者には [W] の第３章の講読を勧めたい。また、双曲幾何の勉強から始めようという学生には、例えば [K] の第３・４章がコンパクトな入門として適当であろう。

[CE] J. Cheeger and D. G. Ebin, Comparison Theorems in Riemannian Geometry, North-Holland, 1975.

[K] 小島定吉、多角形の現代幾何学（増補版)、牧野書店、1999。

[W] F. W. Warner, Fundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups, Springer-Verlag, 1983.

いずれにせよ、時間は限られている。計画的に学習を進めてほしい。そのために、ときおり計画書を提出して貰うつもりである。また、「書く」能力、「話す」能力の向上を、同時に目指す。

基礎の補強が終わったら、いよいよ論文講読に進む。まずは、細部に捕らわれず、全体の骨格をつかもう。その上で、必要な知識を獲得しながら、徐々に細部の理解に進む。時間が許せば、さらに別な論文へと読み進む。最新の結果に触れることも可能かも知れない。このころになると、毎週のクラスは、各自の 「経過報告」と、参加者全員でのディスカッションが中心となるはずである。

6. 知っていることが望ましい知識：

微分可能多様体、基本群と被覆空間。これらは必須である。さらに、Riemann 幾何、Lie 群と Lie 環、調和積分論、双曲多様体などに関する知識があればなおさらである。

また、TeX（あるいはそれに代わる文章作成ソフト）および電子メールが使えることを強く希望する。

7. 参考書：

別途、通知する。

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　４階　４０７号室

電話：内線 5603 (052-789-5603)

email：kanai@math.nagoya-u.ac.jp

1. **教員名：** Jacques Garrigue（ジャック ガリグ）

2. **テーマ：** 計算モデルと論理

3. **レベル：** レベル２、レベル３の別を区別しない

4. **目的、内容、到達目標：**

   コンピューターサイエンスは言葉どおりに読むと、計算の研究である。計算を理論的に扱うためには，そのモデル化が重要である。この少人数クラスでは、コンピューターで行う計算の様々なモデル化とその論理との関係を追求する。

   - 状態と繰り返しをもった計算モデル
   - 関数と帰納法をもった計算モデル
   - 推論規則による操作的意味論
   - 制約解消による計算モデル
   - 並列計算モデル
   - 項書換えによる統一的な扱い

   などを見ていきたい。

5. **実施方法：**

   基本的には本や論文の輪講という形を取る。ほとんどの資料が英語になるので、発表する人がちゃんと下調べをして、少くとも言葉が皆に理解できるように説明していただく。具体的な文献は皆と相談して選んでいく。

6. **知っていることが望ましい知識：**

   特に何も求めていない。論理学の知識があると楽になる。

7. **参考書：**

   * Neil D. Jones, “Computability and complexity from a programming perspective”, MIT Press

   Joseph R. Shoenfield, “Mathematical logic”, Addison-Wesley

   Gérard Huet, “Deduction and computation”, in *Logic of Programming and Calculi of Discrete Design*, NATO ASI Series, Vol. F36, Springer

   Jean Gallier, “Logic for computer science”, online edition

   R. Milner, “Communicating and mobile systems: the π-calculus”, Cambridge University Press

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　４階　４０５号室

電話：内線 4661 (052-789-4661)

email：garrigue@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 木村　芳文（きむら　よしふみ）

2. テーマ： ソリトン方程式の数値解析

3. レベル： レベル２、３

4. 目的、内容、到達目標：

ソリトン方程式とは可積分な非線形偏微分方程式のことです。一般に非線形偏微分方程式は線形の場合と違ってシステマティックに解くことができませんが、ある種の方程式は特殊なメカニズムを持っており、その結果、解析的に解く事ができます。そういった方程式がソリトン方程式です。このセミナーでは各種のソリトン方程式やそれに付随した方程式を数値的に解くことから始めて、方程式の解の性質をある程度知った上で、解けるメカニズムについて考えていくことにしたいと思います。内容としては基礎となるソリトン方程式として KdV 方程式、sin-Gordon 方程式、非線形 Schroedinger 方程式などを考えています。

5. 実施方法：

最初にソリトン方程式の数値積分に必要なテクニックを解説します。次になるべく早い段階でターゲットとする方程式系を各人に割当て、個別に研究を進めて頂きます。前期で数値積分について習得してもらい、後期はソリトンの解法理論に入って行こうと思っています。なお、少人数クラスの番外編として物理数学の教科書、Mathematical Methods of Physics, Mathews & Walker, (Addison & Wesley) の輪講を公開で行います。少人数クラスに登録する人は自動的にそちらへも参加して頂くことにしたいと思います。

6. 知っていることが望ましい知識：

線形の力学系の初期値問題が数値的に解けることは履修の前提条件としたいと思います。（ここで数値的に解けるとは例えば２次元の力学系を適当な言語（C, C++ or fortran) でプログラミングし、数値的積分の結果をファイルに保存し、結果を適当なグラフィックスを使って図示したりすることを意味しています。）

7. 参考書：

非線形波動　（岩波講座　現代の物理学１４）　和達　三樹　岩波書店

非線形波動とソリトン　戸田　盛和　日本評論社

数値解析の教科書は必要に応じて指摘します

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　４階　４０１号室

電話：内線 2819 (052-789-2819)

email：kimura@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 小林　亮一（こばやし　りょういち）

2. テーマ： 一意化、幾何化とリッチフロー

3. レベル： レベル２、レベル３を区別しません。

4. 目的、内容、到達目標：

リーマン面の一意化とサーストンの幾何化予想へのリッチフローによるアプローチをメインテーマに、リーマン幾何と幾何的トポロジーの問題意識とアイディアを理解することを目標とします。

この少人数クラスでやりたい内容は次の通りです。

- ２次元の幾何. コンパクトリーマン面の一意化.
- ３次元の幾何. コンパクト３次元多様体の幾何化.
- リーマン幾何. 曲率とトポロジー.
- リッチフローとその具体例の計算.
- リッチフローの基礎（その１）：最大値の原理とハミルトンのハルナック不等式.
- リッチフローの基礎（その２）：ペレルマンの局所非崩壊定理.

5. 実施方法：

上記内容を, 参加者による輪講という形式でやっていきます。ある程度テキストが読めるようになったら、直接論文を読むことに挑戦します。関連する別の話題での参加も可能です。

6. 知っていることが望ましい知識：

多変数微積分と線型代数. 群とその集合への作用. 微分方程式. 曲線と曲面の幾何.

7. 参考書：

* 1) B. Chow and D. Knopf, “The Ricci Flow - An Introduction”, Amer. Math. Soc. これを少人数クラスの基本的なテキストとします。

* 2) H.-D. Cao, B. Chow, S.-C. Chu, S.-T. Yau (ed.) “Collected Papers on Ricci flow”, International Press.

3) 各種研究会の資料を補助的に使用します。

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　５階　５０１号室

電話：内線 2432 (052-789-2432)

email：ryoichi@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 金銅　誠之（こんどう　しげゆき）

2. テーマ： 格子理論とその応用　―代数、幾何、符号理論とのつながり―

3. レベル： ２～３

4. 目的、内容、到達目標：

4-1) 目的：格子（Lattice）とは整数係数の２次形式のことをいう。素朴な概念であるが、代数幾何学や数論とのつながりのなかでは強力な手段となり、符号理論などとも関係して応用も広い。格子理論がどのように他の分野に用いられるかを学ぶのが本コースの目的である。

4-2) 内容：前半、格子理論の初歩を学ぶ。後半はどのような応用があるかを各自がテーマを決めて学んでもらう。例えば代数幾何学との関係、特に塩田徹治氏の Mordell-Weil 格子理論、散在型有限単純群との関係、符号理論などがあげられる。

4-3) 到達目標：全員が格子理論の基礎を習得し、少なくとも一つ応用を学び具体的な計算を試みる。

5. 実施方法：

数回の私の講義の他、学生に発表してもらうセミナー形式とから成る。テーマを決めてまとまった形の発表をしてもらいます。他の少人数クラスやプロジェクトへ参加をすることで、より広い視点から学ぶことを勧めます。

6. 知っていることが望ましい知識：

３年生までに学んだ知識

7. 参考書：

*[1] W. Ebeling, Lattices and codes, Vieweg, 1994.

[2] 塩田徹治, Mordell-Weil lattice の理論とその応用（東大数理セミナリーノート）.

[3] J.H. Conway, N.J.A. Sloane, Sphere packings, lattices and groups. Third edition. Springer, 1999.

[4] J.P.Serre, A course in arithmetic, Springer.

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館　４階　４４９号室

電話：内線 2815 (052-789-2815)

email：kondo@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ：http://www.math.nagoya-u.ac.jp/ja/education/project/edu-proj-003.html

1. **教員名：** 庄司 俊明 （しょうじ としあき）

2. **テーマ：** ヘッケ環の表現論

3. **レベル：** レベル 2

4. **目的、内容、到達目標：**

対称群 S_n (あるいはより一般にワイル群）の群環をパラメータ q で変形してできる多元環をヘッケ環という. ヘッケ環は 1960 年代に, 有限体 F_q 上の線形群 $GL_n(F_q)$ の表現論に関連して現れたが, その後 ノット理論や数理物理など数学の諸分野とのつながりが発見され, 現在では独立した研究対象になっている. 現代数学では, いわゆる "q-類似" の哲学が至るところに顔を出すが, ヘッケ環はその典型的な成功例である. この小人数クラスでは, ヘッケ環の表現論を多角的に展開することを目標にする.

一方, Lie 環の普遍展開環 $U(g)$ の q-類似である量子展開環（量子群） $U_q(g)$ が 1980 年代に構成され, 数理物理や組合せ論と関係して現在大きく発展している. 同じ q-類似の仲間として, ヘッケ環は量子群と非常に相性が良い. 量子群と手を組んだとき, 初めてヘッケ環の表現論の醍醐味が味わえるのである. しかし, このセミナーでは時間的制約もあって, 量子群について直接学習することはしない. 参加する学生諸君には, 是非, 自分で勉強するなどして量子群の基礎を学んで欲しい. また, 他の小人数クラス（例えば岡田さんのクラス）にオブザーバーとして参加して, 量子群を学ぶことを強く勧める. 時間の調整はする予定.

私の関係する教育研究プロジェクト「複素鏡映群に付随した Hecke 環と Macdonald 関数」もこの小人数クラスのテーマと密接に関係している. 詳しい内容については下記の web page の教育研究プロジェクトの項を見て頂きたい. 興味のある学生は, このプロジェクトにも積極的に参加してほしい. 参考書 [3] の Macdonald の教科書はヘッケ環と対称関数の理論である. Humphreys の教科書に続いてこの本を読むことも考えている.

5. **実施方法：**

この小人数クラスでは, 基本的に週 3 時間程度のセミナーを行なう. 前期は, 参考書 [1] の Humphreys の教科書の第 2 部を輪講形式で学習する. 適宜, 講義で概略を紹介し, またレポートなどの課題をやってもらうことによりセミナーの学習を補っていく. 前期のセミナーを通じて, ヘッケ環に対する基礎的な知識を身につけてもらい, 後期には, より個別的なテーマを扱う. 先にも述べたようにヘッケ環の理論は多くの分野とつながりを持つ. 後期にはヘッケ環と量子群との関連を視野に入れて, 学習を進める. 各自の興味によって論文を読み, トピックの紹介をしてもらうことになる. 特に, 自主学習, および研究の機会を増やし, その報告をしてもらう.

6. **知っていることが望ましい知識：**

レベル 1 の知識（学部 3 年生までに学習する程度のもの）があれば十分である. 群論, 環論, 加群の理論の基礎をしっかり理解していること, 特に, 線形代数を道具として使いこなせることが望ましい.

7. 参考書：

* J.E. Humphreys, Reflection groups and Coxeter groups (part II).

H. Hiller, The geometry of Coxeter groups.

I.G. Macdonald, Affine Hecke algebras and orthogonal polynomials.

A. Mathas, Iwahori-Hecke algebras and Schur algebras of the Symmetric groups.

G. Lusztig, Hecke algebras with unequal parameters.

三町勝久, ダイソンからマクドナルドまで—マクドナルド多項式入門— (代数学百科, 群論の進化）

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　５階　５０５号室

電話：内線 5605 (052-789-5605)

email：shoji@math.nagoya-u.ac.jp

ウェブページ：http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~shoji/

1. 教員名： 楯　辰哉（たて　たつや）

2. テーマ： 微分幾何学と力学や量子論との関連

3. レベル：

4. 目的、内容、到達目標：

4.1. 目的

微分幾何学は、多様体の様々な性質やそれに付随する数学的対象を調べる学問です。一方、古典力学にせよ量子力学にせよ、力学は物や粒子の運動を記述する学問です。そして微分幾何学は、力学系の Hamilton 形式そしてシンプレクティック幾何学を通じて古典力学や量子論と密接に関連します。これら、力学と微分幾何学を関連づける数学的内容を理解することが、このクラスの目的です。

4.2. 内容

前半は微分幾何学の初歩を古典力学との関連を見つつ復習し、Hamilton 形式の舞台となるシンプレクティック多様体、群の対称性を簡約して得られる力学について学びます。ここまでの内容は [大森] の第一部をテキストとして用います。また、力学の簡約という操作にはモーメント写像という概念が現れます。モーメント写像のより深い幾何学的考察や量子論との関連については [GS] の第二部を参考にすると良いでしょう。後半は、量子論とシンプレクティック幾何学との関連の一つの具現化である変形量子化について学ぶ予定です。これについては [大森] の第二部、または論文 [OMY], [Fe] のどちらかを用います. なお、変形量子化は調和解析を源の一つとしています。調和解析の重要性をここでは強調しておきます。量子論と調和解析の関連ついての参考文献として [Fo] を挙げておきます。

4.3. 到達目標

大きな目標は「原論文を読む力を身に付ける」ことです。そのためには、基礎的な技術の習得も必要不可欠ですので、技術的な面も重視します。

5. 実施方法：

週 1 回開講します。基本的に輪講形式をとりますが、発表者を中心に、発表内容について出席者で議論する時間を持ちます。途中に、折りに触れ [Fo] や [GS] の内容を私が講義し、議論の話題を作ります。また、M2 の学生や、可能であれば M1 の後半では、原論文を実際に読んで発表してもらい、発表内容について議論します。また、ここでは論文は [OMY], [Fe] を挙げましたが、他に読んでみたい論文があったら、相談しましょう。

6. 知っていることが望ましい知識：

微分方程式、 群論・環論の基礎など、3 年生までに学んだ知識。特に多様体論の基礎知識は必要です。

7. 参考書：

[大森] 大森英樹, “一般力学系と場の幾何学”, 裳華房.

[Fe] B.V.Fedosov, A simple geometrical construction of deformation quantization, J.Diff. Geom 40 (1994), 213–238.

[Fo] G.B.Folland, “Harmonic analysis in phase space”, Princeton Univ. Press.

[GS] V.Guillemin and S.Sternberg, “Symplectic techniques in physics”, Cambridge Univ. Press.

[OMY] H.Omori, Y.Maeda and A.Yoshioka, Weyl Manifolds and Deformation Quantization, Adv. in Math. 85 (1991), 224–255.

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館　４階　４３５号室

電話：内線 5577 (052-789-5577)

email：tate@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 谷川　好男（たにがわ　よしお）

2. テーマ： 素数、数論的関数、ゼータ関数

3. レベル： レベル 2

4. 目的、内容、到達目標：

ゼータ関数は、自然数の様々な姿を扱う道具として非常に重要なものです。例えば素数定理は、リーマンゼータ関数の $\Re s = 1$ における性質を用いて示されました。その背景には $\Re s > 1$ で成り立つ、オイラー積がありますが、それは自然数の素因子分解の一意性と同値です。

このクラスでは、素数の分布、素数に関連した多くの数論的関数の扱い、ゼータ関数の理論 (主に解析的理論) を学ぶことが目的とし、これらを学んでいく過程で、自然数を解析するための様々なテクニックにも親しんでいただきます。前期は、参考書に従って上記テーマを理解することが目標になりますが、後期には、各自が興味ある問題をさらに発展させていくことを期待します。

5. 実施方法：

最初は、参考書 Introduction to analytic and probabilistic number theory (Tenenbaum) の第 1 章 Elementary methods と第 2 章 Methods of complex analysis を輪講します。全てを読むわけではありませんが、なるべく丁寧な読解を目指します。また単に読むだけでなく、独自の興味や問題意識を常に考えながら進めて下さい。そして可能ならば、後期には、テキストに縛られることなく、他の文献、論文等に挑戦していただきたいと思います。

6. 知っていることが望ましい知識：

微分積分、複素関数論、また整数論のごく初歩の知識

7. 参考書：

G. Tenenbaum: Introduction to analytic and probabilistic number theory Cambridge studies in advanced mathematics 46 (1990).

それ以外は適宜紹介していきます。

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　４階　４５７号室

電話：内線 2428 (052-789-2428)

email：tanigawa@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 津川　光太郎（つがわ　こうたろう）
（中西　賢次　（なかにし　けんじ））

2. テーマ： 流体と Navier-Stokes 方程式

3. レベル： レベル２，レベル３の別を区別しません

4. 目的、内容、到達目標：

水や空気を始めとする色々な流体の動きを探るということは、物理・工学などの様々な分野で応用上重要な問題であり、非常に多くの研究がなされています。数学的に見るとその方向性としては、

(1) 速度場や渦度場などを表す関数の時間変化を偏微分方程式で解析する。
(2) それらを有限個のパラメータで表し、その変化を力学系として解析する。
(3) 運動の乱雑さを用いて、それらの平均量を統計的に解析する。

などがありますが、このクラスでは流体の基礎方程式である Navier-Stokes 方程式を中心としてこれらの数学的手法と、流体の性質について学んでいきます。ちなみに Navier-Stokes 方程式は流体の運動の複雑さを反映して、最も難しい偏微分方程式の一つであり、その３次元空間での解の正則性はミレニアム問題の一つに選ばれています。

このクラスの目標は、流体と Navier-Stokes 方程式を対象として、実際の現象やその背後にある物理法則から数学的構造を抽出・解析するための考え方、および具体的手法を習得し、その過程で論理的思考とそれを現実世界へ適用する力を養うことです。

5. 実施方法：

最初は下記項目７ [1] のテキストの輪講形式で始めます。具体的には週に一度３時間程度集まって、２・３名の担当者が協力・分担してテキストの解説を行い、それを中心に皆で議論し、問題点を検討して、全員の理解を深めます。その後、状況と参加者の希望に応じて、時間も方法も適宜修正していきます。学習の中で深く追求してみたい事が出てくれば、テキストと並行して（または独立に）専門的な論文を読んだり、更にその先の未解決問題に挑戦することも奨励します。

6. 知っていることが望ましい知識：

多元数理３年生までの講義相当のうち、多変数微積分、位相空間、常微分方程式、Lebesgue 積分、Hilbert 空間、Fourier 級数。

7. 参考書：

*[1] C. Foias, O. Manley, R. Rosa, R. Temam, “Navier-Stokes Equations and Turbulence”, Cambridge University Press, 2001.

[2] R. Temam, “Navier-Stokes equations: theory and numerical analysis”, AMS, 2001.

[3] 儀我美一，儀我美保,「非線形偏微分方程式－解の漸近挙動と自己相似解－」, 共立出版, 1999.

[4] 後藤俊幸,「乱流理論の基礎」, 朝倉書店, 1998.

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　５階　５０３号室

電話：内線 2410 (052-789-2410)

email：n-kenji@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 土屋　昭博（つちや　あきひろ）

2. テーマ： シンプレティック多様体のトポロジー

3. レベル： 2〜3

4. 目的、内容、到達目標：

シンプレティック多様体は、古典力学において粒子の運動する相空間として表われたのを始まりとして現代数学のいろいろな側面に顔を表すようになった。 しかし、シンプレティック多様体のトポロジーが組織的に研究され始めたのはこの数十年のことである。その典型的なものとしてグロモフの Psoudo holomorphic 曲線の理論と Floer コホモロジー理論があり、現代数学の最先端で活発な研究が行われている。また、素粒子論における超弦理論とも深い関わりをもつ。

このセミナーでは上のような様相を横目でにらみながら具体的に計算を行い、手を動かすことにより、数学的実力を養うことを目的とする。

具体的には、M.Audin 著「Torus action on symplectic manifold」を輪読することから始める。この本は、トーラスの作用を持つシンプレティック多様体のトポロジーをモース理論を使うことにより展開している。記述方法は具体的であり、多くの面白い例から成り立っている。この本の前半部を読み、体力がついたら、後期には A.B.Givental の「A symplectic fixed point theorem for toric manifolds」等の論文に挑戦するのもよいと考えている。

5. 実施方法：

輪講形式で行うが、準備を十分にすること。黒板の前で話すときには、担当した章の概略、例の計算を本やノートを持たないで行うのが望ましい。自宅学習で例を計算したり定理を証明したりする作業をすることが強く要請される。この作業なしでは実力が身につかないと考えています。

6. 知っていることが望ましい知識：

多様体、リー群等について知っていると望ましいが、これも授業の中で身につけていく。また関連する講義を聴講するのも良いだろう。

7. 参考書：

授業中に適宜紹介する。

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館　４階　４４１号室

電話：内線 2420 (052-789-2420)

email：tsuchiya@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 中西　知樹（なかにし　ともき）

2. テーマ： Kac-Moody 代数と量子群

3. レベル： レベル２から出発してレベル３を目指す

4. 目的、内容、到達目標：

Kac-Moody 代数と量子群は１９８０年頃から、ストリング理論や可積分格子模型の背後にある代数構造として活発に研究されはじめ、いまでも発展途 中の対象です。これらの理論は、カルタンやワイルによる有限次元単純リー代数の分類理論と表現論の自然な拡張、変形と考えられるものです。この少人数ク ラスでは、これらの表現論の基礎事項、特に、可積分表現を中心に学ぶ。到達目標は、学生に応じて２段階に設定する。第１目標は、これらの代数の表現論 （有限次元単純リー代数の場合を含む）の概要を把握すること、第２目標（このクラスの内容を修士論文の主テーマとする学生の目標）は、これらに関する原著論文のいくつかを読むことである。

5. 実施方法：

前期（１回２時間、計１５回）の目標は谷崎俊之「リー代数と量子群」（共立出版、本文２０９ページ）を読了することである。最初の２回は、中西がリー代数に関する速成レクチャーを行う。その間に、みなさんはテキストを一通り通読して、全体の構成をつかんでおいてもらう。その後、第１章リー代数の基礎概念（２回)、第２章カッツ・ムーディ・リー代数（４回)、第３章有限次元単純リー代数（３回)、第４章アフィン・リー代数（２回）第５章量子群（２回） について順に発表をしてもらう。テキストのすべてを発表する時間は到底ないし、また（意外に思う人もいると思うが）テキストに書かれているいることを順にすべてを理解する必要もない。膨大な文献の中から、キーポイントは何かを見抜くこと、そしてそれを人に明解に説明をすること、これらは（数学に限らずあらゆる分野で）研究を進める上で必要不可欠な基本的な能力である。このクラスはこれを身につけるためのトレーニングの場である。

（夏休みを含め）後期は、第２目標を目指す学生は、原著論文（専門雑誌に発表された論文）を読み、その内容を発表してもらう。一方、第１目標を目指す 学生は、関連する他の基本的なテキストを学習し発表してもらう。具体的な内容については、その時点での個々の学生の到達度によって学生と話合って決める。

6. 知っていることが望ましい知識：

線形代数と代数学（群、環）の確実な基礎があれば良い。リー代数の基礎知識は、なくてもよい。それを身につけるのが第１目標である。第２目標を目指す学生は、リー代数の基礎知識があればもちろん目標に早く到達するできるが、ない場合でも（がんばれば）第２目標に到達することは十分可能である。一緒に学ぶ仲間がある程度多い方が学習効果が上がるので、恐れずに（？）参加して欲しい。

7. 参考書：

* 谷崎俊之、リー代数と量子群

V. Kac、Infinite dimensional Lie algebras,

V. Chari and A. Pressley, A guide to quantum groups

神保道夫、量子群とヤン・バクスター方程式

脇本実、無限次元 Lie 環

J.E. Humphreys, Reflection groups and Coxeter groups

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　４階　４０６号室

電話：内線 5575 (052-789-5575)

email：nakanisi@math.nagoya-u.ac.jp

1. **教員名：** 納谷　信（なやたに　しん）

2. **テーマ：** 微分幾何入門 —幾何解析の基礎—

3. **レベル：** レベル 2

4. **目的、内容、到達目標：**

   この少人数クラスの目的は、リーマン幾何・複素多様体論 (とくにケーラー幾何) の学習を通じて微分幾何学の基礎を学ぶとともに、研究とはどういうものかということについて何かしらの感覚をつかんでもらうことである。

   リーマン多様体は、ユークリッド空間やその中の曲面を一般化した幾何学的対象であると同時に、その上で幾何学的偏微分方程式の研究が展開される解析学的対象でもあり、最近の研究もこの 2 つの視点が融合してなされてきている。一方、例えばリーマン計量を未知関数とする偏微分方程式を扱う場合、多様体を複素多様体とし、未知関数をケーラー計量に制限して考察することが可能であり、近接する諸分野 (代数幾何・複素解析・数理物理等) とも密接な関連をもつことになる。

   このクラスでは、以上のことを念頭において、比較的近づき易いリーマン多様体の幾何学的側面の学習から始めて、リーマン多様体の解析学的側面および複素多様体・ケーラー多様体の学習へと進んでいくことにする。

   到達目標を少し欲張って述べれば、[3] の後半や [5]、あるいは同レベルの書物・論文をなんとか読みこなせる程度を目指す。

5. **実施方法：**

   前期は [1] の第 II 部と [2] の第 1–4 章を輪講形式で学習し、リーマン幾何の基礎とその応用例を同時進行で学ぶ。夏休み中は、各自の興味にしたがって [2] の第 5 章以降や [3] 等から話題を選んで自主学習してもらう。(その成果は後期の始めに発表してもらう。)

   後期は、[4] を輪講形式で学習するとともに、自主学習のテーマについて関連する論文等を通じて理解を深めてもらい、その成果を定期的に発表してもらう。

6. **知っていることが望ましい知識：**

   何はともあれ微積分と線型代数。曲面の微分幾何的な取り扱いに馴染んでいればなおよいが、必要になれば何でも勉強してやろうという意識の方がもっと重要。

7. **参考書：**

[1] J. Milnor, Morse theory (Princeton University Press) [邦訳あり]

*[2] M. Berger (辻下徹記), リッチ曲率と位相 (大阪大学数学教室)

[3] J. Jost, Riemannian geometry and geometric analysis (Springer, UTM)

*[4] 小林昭七, 複素幾何 1,2, (岩波, 現代数学の基礎)

[5] 中島啓, 複素幾何学と非線形解析 (岩波, 現代数学の展開)

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館　４階　４５７号室

電話：内線 2814 (052-789-2814)

email：nayatani@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 藤野　修（ふじの　おさむ）

2. テーマ： アーベル多様体論

3. レベル： 3

4. 目的、内容、到達目標：

目的： 代数幾何（もしくは複素多様体論）の基礎を一通り学んだ人が次のステップに進むのをサポートする。代数幾何は基礎部分の習得にかなり時間がかかる厄介な分野である。このクラスでは基礎の次のステップをカバーするつもりである。

内容： 具体的には、アーベル多様体を題材に取り上げて代数幾何研究の基礎的技術を身に付ける。アーベル多様体は非常に特殊な代数多様体であるが、その重要性は現在も多くの研究者がいることから明らかであろう。

到達目標： 各人が代数幾何の研究を行えるようになることである。勿論この目標を達成するには各人の血のにじむような努力が必要である。

5. 実施方法：

アーベル多様体のテキストを輪講形式で読んでいく。ある程度まで進んだら各人の興味に応じて論文も読みたい。アーベル多様体のモジュライ問題、フーリエ向井変換、保型形式の理論等、関連した話題はいくらでもある。ア ーベル多様体で代数幾何研究の基礎技術を修得すれば、アーベル多様体以外の代数多様体の研究も可能であろう。

6. 知っていることが望ましい知識：

代数幾何、もしくは複素多様体論の基礎は必須である。キーワードとしてはスキーム、層、層係数コホモロジー等である。これらのことを今現在完全に理解している必要はないが、受講者は早い段階でこれらのことを理解しておいてもらいたい。

7. 参考書：

*(1) D.Mumford, Abelian varieties. Tata Institute of Fundamental Research Studies in Mathematics, No. 5 Published for the Tata Institute of Fundamental Research, Bombay; Oxford University Press, London 1970 viii+242 pp.

*(2) G.Kempf, Complex abelian varieties and theta functions. Universitext. Springer-Verlag, Berlin, 1991. x+105 pp.

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　５階　５５７号室

電話：内線 5574 (052-789-5574)

email：fujino@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 藤原　一宏（ふじわら　かずひろ）

2. テーマ： Birch・Swinnerton-Dyer 予想

3. レベル： レベル２〜３

4. 目的, 内容, 到達目標：

このクラスの目的は, Birch・Swinnerton-Dyer (BSD) 予想を軸にして現代数論を学ぶことにある. BSD 予想は, 例えば

$$y^2 = x^3 - x - 3$$

の有理数解がどのぐらいあるかを大まかに予言するものであり, 整数論の重要な予想の一つである (BSD 予想は Clay 数学研究所の１００万ドル問題にも採用されているので, www.claymath.org も参照のこと). これは１９６０年代にコンピュータの進歩により発見されたものだが, 2000 年以上昔からの「方程式の有理数解」という, 古典的難問に新たな立場で光をあてるもので, 現代数論を進歩させる原動力になっている.

第一の目標としては, 具体的な問題を柱に, 数学の様々な角度（代数的視点, 解析的視点, 幾何的視点）から切り込んでいくことの重要性を「肌身で感じる」ことがあげられる. 第二の目標としては, 具体的な対象をいじることにより, reality のある数学に触れられることがあげられる.

5. 実施方法：

具体的問題を柱にするため, 共通の知識・見方のバックグラウンドを持っていることを想定していない. 従って, 前期はクラス全体の共通項を作ることに重点をおく. 後期は, それを踏まえて各自がより自分の視点を出せるように構成する.

具体的には, 前期は共通テキスト (多くても二つ) をベースにクラス運営をしていくことを想定している. 初めての人は「楕円曲線とは何か」「L-関数とは何か」について自分なりのイメージをつかむ, 既にこれらを知っていると思っている人達も, 新しい視点を得られる内容にするつもりである. テキスト例として岩波数学講座の「数論 I, II, III」や N. Koblitz の本を挙げておくが, メンバーによってより適したものにするので, あくまで参考までにとってもらいたい.

尚, このクラスでは自分が理解したことを「書く」ことにより理解を深めることをかなり重視することになる (社会で重視される能力の一つである). クラス発表の際のハンドアウトの作成方法, 夏休み終了後レポート提出をしてもらう際の作成方法など, 将来につながるようなきちんとした基礎訓練の場を提供するつもりである.

6. 知っていることが望ましい知識：

新しいことが出てきたときに勉強していこう, という気持ちを持っていることが一番大事だが, 学部で勉強した基礎知識はある程度習得済みである, と言われて怖じ気づかないことが望ましい.

キーワードは楕円曲線, 保型形式, L-関数, p-進数, Mordell-Weil 群であり, これらについて一度学んだことがある人は, 持っている知識をさらに発展させることができるが, 予備知識にはしない. プログラミングに関する知識を持っていれば, 使える場面がでてくる. しかし, これも前提条件にしない.

7. 参考書：

N. Koblitz, Introduction to Elliptic Curves and Modular Forms (Graduate Texts in Mathematics)

* 数論 I, II, III, 岩波数学講座

8. 連絡先等：

研究室：理学部 A 館　４階　４５９号室

電話：内線 2818 (052-789-2818)

email：fujiwara@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 松本　耕二（まつもと　こうじ）

2. テーマ： 二次体, ベルヌーイ数, ゼータ関数

3. レベル： レベル２、レベル３の別を区別しない

4. 目的、内容、到達目標：

整数論の基本的な理論をいくつか学習するのが目標である。代数的整数論の基礎としての二次体論と、解析的整数論の基礎としてのゼータ関数の基礎理論を理解することを一応の目標とするが、場合によってはもう少し発展的な話題にも及ぶ。

5. 実施方法：

まず前期は、教科書として

荒川恒男・伊吹山知義・金子昌信「ベルヌーイ数とゼータ関数」(牧野書店, 2001)

を使い、その第 6 章, 第 7 章を輪講形式で精読し、二次体論について学習する。

後期は、各人の知識や興味に応じて、それぞれ異なる話題を取り上げて報告してもらう。この際、上の教科書の他の章をどれか一つ取り上げて報告してもよい。第 5 章までは Bernoulli 数や Riemann ゼータ関数についての初等的な理論なのでレベル 2 向きであり、後半は L 関数の特殊値、類数公式、p 進測度、Barnes 多重ゼータ関数といった少し高度なトピックになっている。但し場合によってはこの本にこだわらず、別の話題を選んで報告することも歓迎する。

6. 知っていることが望ましい知識：

前期の輪講に必要な知識は 3 年次までの代数の基本的な知識だけである。後期については上述のようにトピックスの選び方によって必要な予備知識も異なってくるが、ゼータ関数の解析的な理論の理解のためには複素関数論が不可欠である。

7. 参考書：

後期には色々な参考書が必要になるであろうが、その都度個別に指示する。

8. 連絡先等：

研究室：理１号館 3階　３５７ 室

電話：内線 2414 (052-789-2414)

email：kohjimat@math.nagoya-u.ac.jp

1. 教員名： 吉田　健一（よしだ　けんいち）

2. テーマ： 可換環論とその周辺

3. レベル： ２～３（状況に応じて）

4. 目的、内容、到達目標：

4.1. **目的：** 可換環論は、代数幾何学のみならず、組合せ論（グラフ理論も含む）、非可換環論などの境界付近で窓口を開いて、互いに交流しつつ発展しています。特に、可換環論からは３つの手法（イデアル論、ホモロジー代数、計算代数）が輸出されています。このコースの目的はこれらの手法を理解し、目的に応じて使い分けることができるようになってもらうことです。

4.2. **内容：** 前半はまず、教科書 [1] の一部を読んで、イデアル論の手法を身に付けてもらいます (例えば [3] を読んだ人は復習になるでしょう)。 その後、[2] のパート１を読んで、ホモロジー代数的手法を身に付け、この分野の基礎概念（Cohen–Macaulay 環など）を学んでもらいます。ここまで身に付ければ、シンポジウムなどに参加しても同世代の人達と会話ができるでしょう。

後半は、レベルや興味に応じて、各自がトピックス（【可換環論】に限定はしません）を１つ決めて、それを中心に学んでもらいます。例えば、単体的複体に付随する環の性質を扱う Stanley–Reisner 環の理論 ([4]) や、特異点をフロベニウス写像などを用いて解析する密着閉包の理論 ([5]) などがあげられますが、いずれの場合にも実際に「手」や「計算機」を動かして具体例を計算することが大事です。

4.3. **到達目標：**可換環論の基礎概念を習得し、具体的な問題（他分野への応用を含みます）を１つ考えてもらいたい。

5. 実施方法：

前半は、週１, ２回程度（計３時間ぐらい）の輪講を行います。必要な知識や周辺からの話題を私が講義することもあります。後半は、やや専門的な内容を勉強して少しまとまった発表をしてもらいます（輪講を継続してもらう場合もあります）。具体的な問題が考えられるよう支援します。

他の少人数クラス（特に【代数幾何学】とは関係が深い）にも参加をすることで、視点を広げることが望ましいでしょう。また、学外のシンポジウムやセミナーへの参加は刺激になりますので、出来る限り参加できるよう支援します。

6. 知っていることが望ましい知識：

【環と加群】の知識を持っていることが望ましいが、必要に応じて補足します。

7. 参考書：

*[1] H. Matsumura, *Commutative Ring Theory*, Cambridge University Press, 1989. （原本あり：「可換環論」）

*[2] W. Bruns and J. Herzog, *Cohen–Macaulay rings*, 2nd edition, Cambridge University Press, 1998.

[3] M. F. Atiyah and L. G. Macdonald, *Introduction to Commutative Algebra*, 1969.

[4] R. P. Stanley, *Combinatorics and Commutative Algebra*, 2nd edition, Birkhäuser, 1996.

[5] C. Huneke, *Tight Closure and Its Applications*, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1996.

[6] D. Eisenbud, *Commutative Algebra with view toward Algebraic Geometry*, Springer–Verlag, 1995.

8. 連絡先等：

研究室：理１号館　２階　２０１号室

電話：内線 2422 (052-789-2422)

email：`yoshida@math.nagoya-u.ac.jp`

ウェブページ:http://www.math.nagoya-u.ac.jp/ja/education/project/edu-proj -003.html