

2003年度少人数クラス

コースデザイン

多元数理科学研究科

目次

宮川鉄朗	2
鈴木浩志	3
原 隆	4
齊藤 博	5
石毛和弘	6
土屋昭博	7
金井雅彦	8
中西知樹	9
佐藤 肇	10
三宅正武	11
齋藤秀司	12
中西敏浩	13
小林亮一	14
服部哲弥	15
谷川好男	16
寺西鎮男	17

1) 教官名：宮川 鉄朗

2) 小人数クラスのテーマ：変分法入門

3) level 2

4) 内要：変分法はひとくちに言えば微分積分学で周知の極値問題の無限次元版である。すなわち独立変数自身がひとつの関数である関数（通常汎関数という）の極値を扱う理論のことである。数学の諸分野や物理学では、いろいろな概念や法則を記述するのに変分法の表現を用いることが多い。

また近代の（古典）力学や微分幾何学、楕円型偏微分方程式論を育てた母胎でもある。

5) 目的：

このクラスの目的は、変分法の基礎概念を学び、そこから枝分かれする様々な数学の諸分野について、それが変分法の視点から如何に統一的に眺められるかを知ることである。

6) 到達目標：

講義の前半では、だいたい微分積分学と線形代数の知識のみを用いて変分法の理論の基礎構造を学んでもらう。その過程で、関数列の収束や不連続な関数についての関数解析的知識や、問題自身の関数解析的取り扱いが不可避であることが痛感されるはずである。

後半では、基礎理論を土台にして、そこから枝分かれする様々な諸分野について、各自の興味に応じて自由に学習してもらうことを主眼とする。

7) 小人数クラスの方法（期間、毎回の時間の目安、形式、受講者に要求する学習内容）：

夏休みまでは、下記参考書欄にある Gelfand and Fomin の書物を教科書にして輪講してもらう。この本は1960年代のモスクワ大学における Gelfand の講義録で、基礎事項が丁寧に説明されており、微分積分学の知識だけで入って行ける。演習問題も豊富である。夏休み以降は各自の興味に従って文献を読み定期的に発表してもらい全員で議論する予定である。

小人数クラスは毎週2時間程度とし夏休み、冬休み、春休みは開講しない。1回に2人が発表し、一人約1時間を目安とする。その際、単に進める所まで話すのではなく、できるだけ時間内に一つのストーリーにまとめて話してもらう。夏休みまでは、毎回、当番以外の者も含め全員が文献を予習し疑問点などをはっきりさせておくことが必要である。夏休み前に後半のテーマを決めてもらい、夏休みより各自で文献を読むことを始める。これ以外は特に課題などは出さない。

8) 知っていることが望ましい知識：

学部3年生程度の予備知識以外特に要求しないが、関数解析の素養があると、理解の促進に大変役に立つ。筆者は前期に学部4年と大学院共通の「近代解析」の講義を行う。内容は関数解析の入門講義であり、関数解析に自信のない人は聴講してほしい。

9) 参考書：Gelfand and Fomin: The Calculus of Variations, (Dover).

この本の最初の数章を前半の輪講に用いる。

変分法全体について記述した手頃な書物は他に見あたらないが、

E. Giusti: Minimal Surfaces and Functions of Bounded Variations,

(Birkhauser)

は極小曲面を素材に変分法の本質と手法が解説された好著であり後半の学習の素材として好適である。また上記の Gelfand and Fomin の書物の中盤は、解析力学の入門として大変良く書かれている。偏微分方程式についての書物や文献は、講義の進度に応じて挙げていくつもりである。

10) 連絡先

研究室：A427 電話：052-789-2421 e-mail：miyakawa@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名：鈴木 浩志

2) 小人数クラスのテーマ：ガロア理論

3) level 2

4) 内容、目的、到達目標：

このクラスのテーマはガロア理論です。これは、体を調べるためのもっとも基本的な道具で、群論、環論、整数論、代数幾何など、代数のさまざまな分野に直接つながっていきませんが、代数以外でもいろいろなところで出会うことができます。また逆向きに考えたりするだけで急に難しくなったりもします。

ここでは、「基本をちゃんとしよう」と「いろいろやってみよう」という2つを基本方針とします。ガロア理論とそれにまつわる基本的な概念への理解を深めるのが主な目標ですが、それと同時に、クラス終了時に振り返ったとき、いろいろやったなと思っていただけるとうれしいです。

5) 小人数クラスの方法（期間、毎回の時間の目安、形式、受講者に要求する学習内容）：

現在、実施予定の企画は、「OHP で話してみよう」、「web ページに書いてみよう」、「自分の講演を見てみよう」、「ソフトで計算してみよう」、「オフィスアワーによってみよう」などです。数回で1企画の予定です。数回ごとに形式が変わります。

小人数クラスは毎週2時間程度で夏休み、冬休み、春休みは開講しません。

自主学习等へ支障をきたすことを避けるため、なるべく準備は数時間で終われるように企画を調整する予定です。

6) 知っていることが望ましい知識：

「群」と「体」に聞きおぼえがあったほうが良いと思います。

7) 参考書：藤崎源二郎著 体と Galois 理論 I-III 岩波基礎数学講座 など。

8) 連絡先

研究室：A421

電話：052-789-4830

e-mail：hiroshis@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名：原 隆

2) 小人数クラスのテーマ：確率論入門—極限定理と具体的なモデル

3) level 2

4) 目的, 内容：

レベル2であることを考え、確率論の基礎的な部分に題材をとりながら、数学のものの考え方を身につけることを目指す。具体的な題材としては以下の二つを取り上げる。

- ・乱雑さの中に潜む法則性（極限定理）：大数の法則，中心極限定理，大偏差原理
- ・ランダムウォークやパーコレーション

5) 到達目標：

前半，後半を通して「己を知り，数学の考え方，その表現の仕方」を学ぶことを最大の目標とし，確率論はそのための題材である。「己を知る」とは以下の意味である。

新しい物事を学ぶのは誰しも得意ではない。その理由の一つは「自分がどこがわからないのか，どの程度わかっていないのか，わかったつもりでもわかっていない」ことが理解できていないためだと思う。講義を受けてわかったつもりでもテストになるとボロボロ，だったりするのはそのせいでしょう。自分がどこがわからないのか，が理解できればそこを集中的に学習すればよいのだから問題は半分以上解決している。と言うわけで，「自分がどこがわからないのか」が的確にわかるようになる」ことが最大の到達目標である。（その先に進んで「わからない問題を自分で解決できる」ようになればベストだが。．．）もちろん，折角なのだから，確率論の極限定理や具体的なモデルに触れて，楽しんでいただきたい。

6) 小人数クラスの方法（期間、毎回の時間の目安、形式、受講者に要求する学習内容）：

上に掲げた「己を知る」ことは，言うは易く行うは難しであるので，2つの方法を試みる。まず最初は以下に掲げた参考書を全員で輪読し，基礎的な概念を習得する。ある程度の予備知識がついた時点で，「各自の興味に従って文献を読んだり，自由研究をしたりして，自由に発表してもらおう」形式に順次，切り替えていく。この二つの形式の切り替えは，大体，夏休みのあとくらいを目安に行いたいと思っているが，実際のところはすすみ具合による。小人数クラスは毎週2時間程度とし，学期中以外は開講しない。（ただし，夏休みには「自由課題」を出す可能性がある。）2，3回に一回は発表の順番がまわってくるよう，発表の形態は工夫する。発表の際には単に本をそのままなぞるのではなく，自分なりにできるだけまとめる形で発表してもらおう。そうすることで，内容の更なる理解につながり，「己を知る」助けになるはずである。

「自由研究」モードにはいるまでは，発表当番以外の参加者にも文献を予習し疑問点などをはっきりさせておくことを要求する。

7) 知っていることが望ましい知識：

学部2，3年生程度の予備知識（特に解析分野）以外，特に要求しない（必要に応じて対処する）。

8) 参考書：

Ya. G. シナイ：確率論入門コース（シュプリンガーフェアラーク東京，1995）。

Richard Durrett: Probability: Theory and Examples (Duxbury Press, 1996)

F. den Hollander: Large Deviations (American Mathematical Society, 2000)

（主にシナイの本を中心に据える予定だが，参加者の反応を見て変更する可能性はある。）

9) 連絡先

研究室：理1-508 電話：052-789-5392 e-mail：hara@math.nagoya-u.ac.jp

（僕の研究やこれまでの講義内容について知りたい人は，下記の web page を）

<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~hara/index-j.html>

1) 教官名：齊藤 博

2) 少人数クラスのテーマ：代数幾何学入門——楕円曲線またはグレブナー基底

3) level 2

4) 内容、目的、到達目標

楕円曲線の名前は楕円の弧長の計算に表れる楕円積分に由来する。楕円積分は4次式の平方根の積分で表せ、変数変換で3次式の平方根の積分でも表される。従って、4次式、または3次式の平方根を新たな変数と置くと新たな変数の自乗と4次式または3次式が等しいという2変数についての方程式が得られ、このグラフは曲線となる。このような曲線のことを楕円曲線と呼ぶ。楕円積分はその積分の逆関数を考えると楕円関数になり複素関数論の発展の動機となり、楕円関数を考える場（トーラスになる）が幾何学と結びつき、多様体の萌芽となった。このように楕円曲線は代数、幾何、位相、解析などの交叉点になっていて、その座標が有理数や、整数である点を考えると数論ともつながっている。楕円曲線を少し一般化して2変数の多項式=0というものを考え、代数曲線、乃至代数関数の概念に到達した。その後さらに変数の数をふやし代数幾何学と呼ばれるものに発展した。これから想像がつくように多項式環やそのイデアルと深く結びついている。また1965年ごろBuchbergerは多変数多項式のいくつかの多項式による割算を導入することにより多項式環のイデアルのよい基底（今日Groebner基底とよばれている）の存在とそれを計算するアルゴリズムを見出し、それは近年の計算機の発達による「実用的な」意味と相まって、注目を集めている。

この少人数クラスでは、上記のような楕円曲線の上の有理点や整数点を目標として初歩からは始める7)の[ST]（多分この場合付録から読みます）、または、Groebner基底から始めて代数幾何の基本および少し毛色の変わった色々な応用まで述べた7)の[CLO]をテキストに、どちらにしても成るべく多くの演習問題を解くことにより楕円曲線、代数幾何の理解を目指す。

5) 少人数クラスの方法

テキストは受講者と相談の上、上記の[ST]または[CLO]のどちらかを決め、集まる時間は毎週2時間程度を考えています。休み期間は特に何も行いません。普通のセミナーのようにあまりテキストをみんなの前で精読するようなことをせず順番に、なるべく手早くどのようなことが書いてあったかをまとめて話してもらいます。そして前項でも述べたように、テキストの問題を考えて来てもらい、分かればその解答を発表し、分からなければ、どのように問題を考えればいいのかを全員で討論するというような方法で進めて行くつもりです。教官が必要と考えたときには講義することもあると思います。

6) 知っていることが望ましい知識

学部3年程度の知識で十分です。

7) テキスト つぎの2つのどちらか

[CLO]

グレブナー基底と代数多様体入門：イデアル・多様体・アルゴリズム / D. コックス, J. リトル, D. オシー著；落合啓之 [ほか] 訳。 -- 上, 下。 -- シュプリンガー・フェアラーク東京, 2000. =Ideals, varieties, and algorithms: an introduction to computational algebraic geometry and commutative algebra / David Cox, John Little, Donald O'Shea. -- Springer-Verlag, 1992. -- (Undergraduate texts in mathematics).

[ST]

和図書:楕円曲線論入門 / J. H. シルヴァーマン, J. テイト著；足立恒雄 [ほか] 訳。 -- シュプリンガー・フェアラーク東京, 1995.

=Rational points on elliptic curves / Joseph H. Silverman, John Tate. -- Springer-Verlag, 1992. -- (Undergraduate texts in mathematics).

8) 連絡先

研究室：A335 電話：052-789-2545 e-mail: saito@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名：石毛 和弘

2) テーマ：極小曲面と有界変動関数

3) level 3

4) 内容：

変分問題の一つである「ある領域内の体積(面積)が一定の集合の中で集合の境界の表面積が最小になるのは、どのような集合か」という問題を考える。

楕円型偏微分方程式を解析する上で、取り扱う関数を適度に広げ、そこで弱い意味の解を見つけ、解の性質を調べることによって古典的な意味での解を見つける、という今日の偏微分方程式の流れに沿って、上の変分問題を扱う。

5) 目的：

上の幾何学的な変分問題を扱うことによって、上の意味での解析の大きな流れの一つを理解する一方、測度論、関数解析の復習および発展を行うことがこのクラスの目的である。

6) 到達目標：

極小曲面という具体的な題材を用いて、測度論、関数解析の理解を深め、さらに 有界変動関数のクラスを導入する。

これによって、かなり広いクラスの図形に対して、表面積などの幾何学的な量がとらえられること理解することが前期も目標である。

後期には、それらを用いて極小曲面を取り扱い、解析の大きな流れを大きな視野からとらえる。また、それらを応用し、様々な変分問題について考えることを目標とする。

7) 少人数クラスの方法：

基本的に下記の参考書を全員で輪読することを行う。

少人数クラスは週2時間程度とし夏休み、冬休み、春休みには開講しない。

1回につき2人が発表し、1人1時間も目安とする。その際、時間内に一つストーリーを構成し、良く整理して話すことが望ましい。また、自分の理解できた点、できなかった点があれば全員で考えて行き、それによってお互いの理解を深めて行く。

上記変分問題に対するストーリーが完成した段階で、各自興味のある変分問題や偏微分方程式に取り組んでいく。

8) 知っていることが望ましい知識：

学部3年生程度の知識、及び超関数の定義およびその基本的な性質などは必要である。

また、関数解析やソボレフ空間やその基本的性質などを知っていたほうが望ましいが知らない場合は必要に応じて対処する。

9) 参考書：

Enrico Giusti：

Minimal Surfaces and Functions of Bounded Variations,
Birkhäuser (1984)

L. C. Evans and R. F. Gariepy：

Measure Theory and Fine Properties of Functions,
CRC Press (1992)

10) 連絡先

研究室：A439

電話：052-789-5595

e-mail：ishige@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名：土屋 昭博

2) 小人数クラスのテーマ：モジュライ理論

3) level 3

4) 5) 6) 内容、目的、教育目標

モジュライ空間は幾何学的対象をパラメタイズする多様体であり、ベクトル空間内の部分空間をパラメトライズするグラスマン多様体、代数曲線上の線形束をパラメトライズするヤコビ多様体、リーマン面の同型類をパラメトライズするタイヒミュラー空間、等の古典的な例を始めとして現代数学で活発に研究されており、最近では素粒子論における超弦理論との関係も深まっている。

モジュライ理論は、モジュライ空間の構成の問題と構成されたモジュライ空間の幾何学的性質を調べることよりなっている。

このセミナーでは、不変式論を用いた代数的方法でモジュライ空間を構成する方法を学習する。同時に、学習する過程で他の方法やモジュライ空間の色々な性質、また、モジュライがパラメトライズする幾何学的対象が住んでいる幾何学を学習することになる。

7) 小人数クラスの方法（期間、毎回の時間の目安、形式、受講者に要求する学習内容）：

小人数クラスの運営は次の2つからなる

(a) 週1回、2時間の全体セミナー

向井茂著「モジュライ空間 I, II」を輪読する。各学生に担当すべき章が割り当てられる。学生は一人1時間の時間で担当部分を発表する。その際本の順番通りに話すのではなく、時間内に話せるよう再構成して話をする。一年間で Moduli 理論とは何か、必要な基礎知識も含めて学習することが必要とされる。

また、向井氏の本はさらっと書かれているため、基礎となる部分を自分で勉強する必要がある。これについてはオフィスアワーを利用して相談に応じる。

夏休み明けに、前期で学んだ内容についてのレポートを提出してもらい、金井、小林両教官の小人数クラスと合同で発表会を行う予定である。

(b) オフィスアワーを利用した個人指導

どのような講義を取るのが適当か、自主活動でどのような学習をすべきか、セミナーなどで生じた疑問点の質問、等をオフィスアワーを通じて相談に応じる。

8) 知っていることが望ましい知識：

線型代数、微積分、関数論等、1～2年生で学習する内容

多項式論、有限群とその表現、位相幾何学等、3～4年で学習する内容

9) 教科書：向井茂, モジュライ空間 I, II, 岩波書店

参考書：D. Cox, J. Little and D. O' Shea, Using algebraic geometry, Springer

Milnor, Characteristic Classes, Princeton University Press

谷崎俊之, リー代数と量子群, 共立出版

小木曾啓示, 代数曲線論, 朝倉書店

より進んだ参考書：

Hirzebruch, Topological method in algebraic geometry

Munford, Geometric Invariant theory

堀田, 谷崎, 表現論とD-加群

10) 連絡先

研究室：A441

電話：052-789-2420

e-mail：tsuchiya@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名：金井雅彦

2) 小人数クラスのテーマ：「John Milnor を読む」

3) level 2-3

4) 目的、内容、到達目標：

John Milnor. 1931 年、アメリカ合衆国 New Jersey に生まれる。1950 年に発表された彼の最初の論文は、彼の「勘違い」から生まれたものである。当時彼が出席していた講義の中で教官が未解決問題についてふれたところ、Milnor はそれを宿題と取り違え、解いてしまったとのことである。その後 exotic 球面の発見をはじめとする、数々の重大な業績をあげ、微分相幾何学の爆発的な進展の大きな原動力のひとつとなった。1962 年、Field Medal を受賞。近年では複素力学系に関し精力的に研究を行っている。excellent expositor としても定評の高い J. Milnor の著作の講読を通じ、トポロジー・幾何学などに関する基本的知識の獲得を目指すとともに、「文章力」、「発表力」、「概要把握力」などの知的能力の向上を計ることを目的とする。

内容は次の 2 部構成である。

第 1 部：J. Milnor 著 “Morse Theory” 講読

第 2 部：Milnor の論文講読

基本的には、前期に第 1 部を、後期に第 2 部を行う。ただし、変更の可能性有り。Morse 理論をすでに十分理解している者、あるいはそれが難しすぎる者は、早めに第 2 部に進むことも考えられる。したがって、対象とする学生は、基本的に Level の別を問わない。

第 1 部においては、“Morse Theory” を Part III まで読むことを目標とする。それを通じ、トポロジー、Riemann 幾何学、力学系などに関わる基本的な知識を獲得することが目的のひとつである。各節を各学生に割り当てる形をとる予定である。ミーティングの様式としては、基本的には輪講形式を採用するが、しかし講演者と聴衆との間に活発なやりとりがあることを期待する。そのためには、講演者だけでなく聴衆もテキストの内容を十分理解した上で輪講に望むことが必要である。

第 2 部では、Milnor の論文を各学生に選んで貰い、他の者にも説明が出来る程度まで理解することを目標とする。十分なバックグラウンドを有する野心的な学生は、例えば exotic 球面の発見がなされた論文などを選べばよいだろう。一方、多くのバックグラウンドを必要としないエレガントな小品も Milnor の著作の中に少なからず見いだされる。そういった小品を選ぶのも一方である。また論文で扱われている分野も多岐に渡る。論文の選択は夏休み頃から始める予定である。

論文の詳細について理解を試みる前に、目的・背景・概要を把握することを要求する。

5) 小人数クラスの方法（期間、毎回の時間の目安、形式、受講者に要求する学習内容）：

各学期とも、週に 1 回 2 時間程度のミーティングを行うことを原則とする。個人差は大きいだろうが、その準備に毎週 1 5 時間程度は必要であろうと想像する。夏休み中は、後期の準備に若干の時間を費やす必要があらうと思われるが、それ以外の時間は自主学習等にあてるなど、自由に過ごして頂いて結構である。冬休みおよび春休み期間中はミーティングを一切行わないつもりである。

その他に、

- ・電子メール、TeX を直ちに身につけて欲しい。その他に、図書室や MathSciNet などの利用法も早い時期に習得することを期待する。必要ならば、これらの事柄に関し簡単なガイダンス等を行うつもりである。
- ・正しい日本語・英語の「書き方」を身につけるため、定期的に文書を提出して貰い、その添削を行うつもりである。
- ・前期終了時点で、他の小人数クラスと合同で、発表会を行う予定である。
- ・時間に余裕があれば、Milnor の講演のビデオなどの「鑑賞」も行いたい。

6) 知っていることが望ましい知識：

第 1 部で教科書として採用する予定の “Morse Theory” (のとくに Part I) においては、以下の事項が説明なしに用いられている：微分可能多様体・多変数関数の極値問題・流れ (flow)・CW 複体とそのホモロジー・超曲面の第 2 基本形式・アフィン代数多様体 これらに関する基本的な事項を理解していることは、順調な学習をおくる上で大きな助けになるはずである。ただし、最初のふたつの項目を除いては、これらを事前に熟知している必要があるということではない。

7) 教科書・参考書：

- ・J. Milnor, Morse Theory, Princeton Univ. Press, 1963
- ・J. Milnor, Collected Papers, vol.1, 2, Publish or Perish, 1994, 1995.
- ・Topological Methods in Modern Mathematics, A Symposium in Honor of John Milnor's 60th Birthday, Publish or Perish, 1993.

8) 連絡先：

オフィス：理 1 号館 4 0 7 号室 電話：789-5603 電子メール：kanai@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名：中西知樹

2) 少人数クラスのテーマ：現代数学の主題と手法を理解する

3) level 2

4) 目的、内容、到達目標

このクラスでは、一月を単位として一つのテーマを定め、テキストと少人数クラスでの討論を通して基礎概念と基本的な手法を学びます。分野としては代数幾何、微分位相幾何、リー群、数論、確率論、微分方程式（以上予定）＋自分の学びたい分野（夏休み課題）などの様々なものを学びます。いろいろな分野の手法を学ぶことによって、それらの手法の間には実に多くの関連と類似性があることに気がつくはずで、その関連と類似の部分がまさに現代数学の方法の本質と言える部分です。そのことにいったん気づけば、その後は、数学に対する見通しがとても良くなります。

現代数学の主題と手法を理解すること、これがこのクラスの目標です。

5) 少人数クラスの方法

このクラスの特徴は、学生が一冊の教科書の内容を順番に発表するいわゆる「輪講形式」で行わないことです。

講義期間中は、一月を単位（前期、後期各3テーマ）として一つのテーマとそれを学ぶための1冊のテキストを定めます。こちらからテーマを理解するためのいくつかのサブテーマ（押さえておくポイント、「テキストの読み方の示唆」と言っても良い）を与えます。みなさんは、テーマに自分で答えを見いだすことを目標として、テキストを少なくとも「2回」通読します。1回目は基礎概念、基本結果、最終的な結末をつかみ、2回目は、一度結末を知った上で、もう一度「なるほどそういうことであったのか」と復習しながら読みます。このように2回読む意義は、実際にやってみるによりすぐわかっていただけだと思います。（そもそも、みなさんは今まで通読した数学書が一冊でもありますか！？）クラス（講義期間中週1回2時間以内）では、サブテーマや関連事項を題材として、討論と演習形式によりその場で考えながらテーマの理解を深めます。各月の最終目標はテーマに関する自分の理解を整理して「書く」ことです。これらをまとめて全体を総括すれば「少人数クラス報告」が自然にできあがります。

夏休みの課題として同様の方法で自分の学びたいテーマを決め、読みたいテキスト（論文でも良い）を読んでもらい、後期の始めにそのテーマについて他の受講者がよくわかるように発表してもらいます。これをもとに「自主学習報告」を作成することが可能です。

以上をまとめるとこのクラスの参加者に要求することは「（夏休みの課題を含め）最低7冊のテキストを実際にあなた自身が考えながら（2度）読むこと」、基本的にこれだけです。

6) 知っていることが望ましい知識

ありません。自分が本を読んでいて補充したいと思ったことを適宜自主学習の課題にしてください。

7) 参考書

実際のテーマとテキストは現時点では未定ですが、程度の目安としては岩波講座現代数学の基礎（紫色のシリーズ）程度のもを上限とします。

第1回のテーマは「特異点解消とは何か？」、テキストとして

K. E. Smith, L. Kahanpaa, P. Kekalainen, W. Traves, An Invitation to Algebraic Geometry, Springer, 2000.

を予定しています。

8) 連絡先

研究室：理1号館406

電話：052-789-5575

e-mail：nakanisi@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名：佐藤 肇

2) 小人数クラスのテーマ：多様体と微分幾何学入門—微分可能多様体と微分形式

3) level 2

4) 目的, 内要, 到達目標：

研究の題材は微分可能多様体と微分形式である。これらは現代数学の基本概念である。微分可能多様体の局所的, 大局的の両面からの理解をして、特に微分式系の具体的な計算が出来るようになることが目標である。これが出来るようになることにより、将来, いろいろな幾何構造の研究への応用が可能と思われ, 発展性がある。

5) 小人数クラスの方法

夏休みまでは多様体に関する教科書（下記の参考書欄を参照）を全員で輪読するか、あるいは、場合によっては、私の講義（説明）をはさむ形を多くして進めたい。

夏休み以降は各自の興味に従って文献を読み定期的に発表してもらい全員で議論する予定である。

小人数クラスは毎週2時間程度とし夏休み、冬休み、春休みは開講しない。

1回に2人が発表し、一人約1時間を目安とする。

当番以外の者も含め全員が疑問点などをはっきりさせておくことが必要である。夏休み前に後半のテーマを決めてもらい、夏休みより各自で文献を読むことを始める。これ以外は特に課題などは出さない。

6) 知っていることが望ましい知識：

学部3年生程度の予備知識意外、特に要求しない（必要に応じて対処する）

7) 参考書：松島与三 「多様体入門」 裳華房

Kobayashi-Nomizu ``Foundation of Differential geometry''

Interscience Publishers

など

8) 連絡先

研究室：I-407

電話：052-789-4838

e-mail：hsato@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名： 三宅正武

2) 少人数クラスのテーマ： 線形偏微分方程式論 --- 解法から一般理論へ

3) level 2

4) 内容、

このクラスの研究のテーマは偏微分方程式の現代的取り扱いの一端を垣間見る事である。予定している内容は、偏微分方程式の解法の基礎から始めて、フーリエ変換論、その後、擬微分作用素論の基礎理論とその偏微分方程式論への応用を学ぶ事を通して、偏微分方程式論の現代理論の一端を学ぶ。

5) 目的

このクラスでは、特に偏微分方程式の知識のない学生に対しても、偏微分方程式の現代的取り扱い方の要点を理解してもらい、さらには、学部で学ぶ函数解析学の諸定理がどのように適用されるのかを実際に見てもらおう事にある。

6) 到達目標

前半では、フーリエによる偏微分方程式の初期一境界値問題の解法から始め、函数列の収束の概念がどうして大切なのかを知ってもらい、さらには、偏微分方程式における基礎概念、基礎定理の理解を目標とする。

後半では、フーリエ変換を通して偏微分方程式と擬微分方程式がいかに密接に繋がっていて、より広い一般的な立場から偏微分方程式論を見直す事ができるかを体感してもらおう事を目標とする。

7) 少人数クラスの方法

熊ノ郷準著 偏微分方程式 (共立出版) をテキストとして、セミナー形式で行う。テキストは、基礎概念から始まり、全8章+付録 (約260ページ) となっているので、必ずしも全部をセミナーでやるとは限らない。

セミナーは毎週2~3時間程度を目安とし、1回に2人の発表を目安として進める。例えば、受講学生を2班に分けて、担当を決めると言う事も考えられる。実際の進め方は、受講学生の人数やこれまでの勉強の具合などを聞きながら、4月になってから相談の上決める。

セミナーの発表にあたっては、発表予定の箇所のノートをその都度作ってもらい全員に配付してもらう。その際、テキストの丸写しではなく、自分の言葉でノートを書いてもらう。これは、セミナーの受講報告を書くための練習にもなる。受講生を2班に分けてセミナーを進める場合でも、別の班の担当部分も勉強しなければならない事は明らかです。

8) 知っている事が望ましい知識

level 2 : 学部3年生程度の予備知識以外、特に要求しない。

9) テキスト： 熊ノ郷準著 偏微分方程式、共立出版

10) 連絡先

研究室： A-331

電話： 052-789-2813

e-mail : mmiyake@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名：齋藤秀司

2) 小人数クラスのテーマ：類体論

3) レベル 3

4) 内容：

研究の題材は類体論である。類体論とは整数論的に重要な体(代数体或いは局所体)のアーベル拡大をその体に内在する情報のみにより統制する理論である。

これは現代整数論の支柱のひとつとなっている。問題にたいするアプローチも多様でそこで用いられる理論にしても、群のコホモロジー理論、単純環の理論、形式群の理論、位相群上の積分論、など様々である。このように類体論はその結果自体が奥深いものであるばかりでなく、そこに至る道筋において学ぶべき内容の豊かさがこの理論の大きな魅力である、といえよう。

5) 目的：

このクラスの目的は、類体論に上に述べた様々なアプローチにより研究し数学の多様性を学ぶことである。

6) 到達目標：

前半は局所体の定義から始め、単純環の理論を使ったアプローチにより局所類体論の主定理の証明を理解することを目標とする。さらにこのアプローチに密接に関連する方法として群のコホモロジー理論を使ったアプローチも学習する。後半はさらに大域類体論(代数体の類体論)、形式群の理論、あるいは分岐理論のいずれかの方向に進むことを考えている。複数の方向を同時に行うことも可能である。できれば高次元類体論という最先端の理論にまで研究が発展する可能性もある。

7) 小人数クラスの方法：

夏休みまでは類体論に関する教科書(下記の参考書欄を参照)を全員で輪読し局所類体論の主定理を理解する予定である。夏休み以降は各自の興味に従い文献を読み定期的に発表してもらい全員で議論する予定である。

小人数クラスは毎週2時間程度とし夏休み、冬休み、春休みは開講しない。

発表者は単にすすめるところまで話すのではなくポイントを明確にして時間内にまとめて話してもらおう。また本に書いてあることをそのまま話すのではなく、自分なりの理解により噛み砕いたものを説明することを要求する。また夏休み前までは発表者だけが学習してくるのではなく、全員がその部分の内容を予習し、必ず質問、コメント、問題提起、などによりクラスに自主的かつ積極的な参加をすることを要求する。

8) 知っていることが望ましい知識：

学部3年生程度の予備知識は要求する。また環論の初歩およびガロア理論はある程度習熟していることが望まれる。

9) 参考書：

齋藤秀司；整数論、共立出版(夏休み前までの輪講で使う)、

岩沢健吉；局所類体論、岩波数学選書、岩波書店、

河田敬義；代数的整数論、共立現代数学講座、共立出版、

J.-P.Serre: Corps Locaux, Hermann, Paris

10) 連絡先：

研究室：理502

電話：052-789-5599

e-mail:sshuji@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名 中西敏浩

2) 複素力学系 一複雑さの中に規則性を見いだす

3) level 3 (level 2 にも対応する。下記参照)

4) 内容・目的

時間推移の中でわずかな初期条件の差が予測不可能に思えるぐらい大きな挙動の変化を生み出す現象は従来、数学には扱いきれないものであったが、計算機の発達と相まって、現代の数学はかつては立ち入ることがためらわれたような複雑で混沌とした世界にもどンドン解明のメスを入れている。

このクラスではジュリア集合と呼ばれる非常に複雑な形状をした図形に潜む規則性を探ることを中心に複素力学系を学ぶ。その過程で、新しい分野が急成長するとき、そこにどのような工夫やアイデアが注ぎ込まれていくのか、一方で古典的理論がどのように活かされているのかを見る。

5) 到達目標

10月までの目標はジュリア集合を描画するためのコンピュータ・プログラムが書けるようになること。誤解しないでほしいが、このクラスは計算機を学ぶためのものではない。ジュリア集合を描画するためのコンピュータ・プログラムが書けるようになるためには、ジュリア集合の様々な特徴をよく理解する必要がある。その理解がどこまで進んだかの目安としての目標である。プログラムを実行するしないは個人の興味にまかせる。11月以降は擬等角手術、記号力学系、線形化理論など少し高度な概念を学び、自ら次の学習計画をたてる力を養成する。

6) 小人数クラスの方法

最初の2回はリーマン面、曲面の微分幾何及びトポロジーの基本概念について講義を行なう。同時に位相や複素解析を問題演習によって復習し、level 2 を希望する学生も障害なく主題へ導入できるように配慮する。その後10月までをめぐりに下記のテキストを全員で輪読する。小人数クラスは毎週2時間程度とし、1回につき2人に1時間ずつ発表してもらおう。形式については開講期に詳しく説明するが、いずれにせよテキストを読んで理解したことをテキストの配列順に漫然に発表するのではなく、時間内に完結するようにプレゼンテーションを工夫して聞き手に効果的に伝えなければならない。11月以降はハードな解析を伴う新しい概念を学ぶが、負担が軽減されるよう演習などの形で徐々に準備をする。冬休み前に各自でテーマを決め、残りの期間はそれに沿った学習を進める。

7) 知っていることが望ましい知識

基本的な位相（連結やコンパクトの概念）および3年次までの複素解析の知識
(ただし問題演習を通じて復習する)

8) テキスト

J. Milnor, Dynamics in one complex variable. Introductory lectures, Vieweg, 1999.

参考書

A. Beardon, Iteration of rational functions, Graduate Texts in Mathematics, 132, Springer-Verlag, 1991.

宍倉光広 Rational function の quasiconformal surgery と perturbation について 京都大学理学研究科修士論文

9) 連絡先

研究室: A435

電話: 052 - 789 - 5577

e-mail: tosihiro@math.nagoya-u.ac.jp

- 1) 教官名 : 小林亮一
- 2) 少人数クラスのテーマ : 幾何学—複数の視点から数学を楽しむ
- 3) レベル : level 2 または 3
いずれにも対応した少人数クラスです。区別はインフォーマルにします。明確な区別はしません。
- 4) 目標 : どのような数学も、複数の視点から見ることによってその面白さが大きくふくらみます。この少人数クラスでは、具体的で明快な数学の問題を設定して、複数の視点を持つことによって何がわかるかを体験して、その楽しさを体得したいと思います。
- 5) 少人数クラスの内容と到達目標 (例) :
 - ・ level 3 希望者には、たとえば以下にあげる A) または B) または C) のようなテーマで、研究セミナーを行うことが考えられます。なお、level 3 では自主学習とセミナーの区別はできなくなると思います。講義だけでなく、後期課程のセミナーや研究者セミナー、種々の研究会との連携も視野に入れます。自分で進む方向を見つけることが、主な課題になります。
 - ・ level 2 希望者に対しては下記 A) または B) または C) をテーマに、基本的な教材 (以下にあげる参考文献で (i) のカテゴリーに入るようなもの) を使って、数学の勉強の仕方や考え方や数学の問題を見つける力 (要するに数学を楽しむ力) がつくような、少人数クラスを考えています。
 (テーマとその内容、それに関するコメント) :
 - A) 幾何学的量子化とミラー対称性予想への入門 :
 - ・ 幾何学的量子化とミラー対称性の関係に関する Tyurin の論文と、CM-安定性と定スカラー曲率の存在の同値性に関する Donaldson の論文を読む。
 - ・ 2つの論文をつなげる数学は何だろうか ? この問いを考察することによって、不変式論的安定性、定スカラー曲率ケーラー計量の存在問題、ミラー対称性予想がどのように関連しているか、研究の方向性を探る。
 - B) コンパクト複素曲面の微分位相幾何学 :
 - ・ Beauville のテキストなどを使って、複素曲面の幾何学を概観する。
 - ・ 複素曲面における複素解析学と微分位相幾何学に Seiberg-Witten 方程式を応用してみせた Nemirovski の論文を読む。
 - C) 極小曲面論における超越性と代数性 : (4年生の卒業研究との連動も可)
 - ・ 藤本坦孝氏の極小曲面と値分布の仕事を集大成した本を読む。
 - ・ 代数的極小曲面のガウス写像予想 (現時点で未解決) とその周辺を、代数性と解析性の比較とか、有限素点と無限素点の違いなどの視野で眺める。
- 6) 少人数クラスの運営方法 :
たとえば、上記 B) のテーマでは、Beauville の本と Nemirovski の論文を同時に読み進めれば、level 2 と level 3 の混合クラスが可能です。こうした方が、level で分けるよりも、良い方法だと考えます。混合することによって、数学の問題を見つける機会が増えることと、いろいろな人の話を聞いて討論する機会が増える、この2点が主な理由です。
- 7) 少人数クラスの実施方法 :
「発表と討論」という、「伝統的」な形式で行います。自分の考えをまとめることと聴衆によりよく理解してもらうために、発表者は毎回レジュメを配布します。
- 8) 知っていることが望ましい知識 :
学部3年生程度の予備知識以外は要求しません。弱いところがあれば、適宜「インフォーマルで実践的」なアドバイスをします。
- 9) 参考文献 :
 - 幾何学的量子化とミラー対称性関連 :
 - (i) 梅村浩; 楕円関数論—楕円曲線の解析学 (東大出版会)
 - (ii) A. Tyurin; Geometric Quantization of Theta Functions (mathAG)
 - 安定性と定スカラー曲率関連 :
 - (i) 向井茂; モジュライ空間 I, II (岩波「現代数学の展開」)
 - (ii) S. K. Donaldson; Stability and Kähler metrics of constant scalar curvature (Journ. Differential Geometry, 2001)
 - 複素曲面の微分位相幾何学関係 :
 - (i) A. Beauville; Complex Algebraic Surfaces (2nd ed.) Cambridge
 - (ii) S. Nemirovski; Differential Topology of Algebraic Surfaces (Russian Math. Survey, 2000)
 - 極小曲面関係 :
 - (i)+(ii) 藤本坦孝; Value Distribution Theory of the Gauss Map of Minimal Surfaces of \mathbb{R}^n (Vieweg)
 参考までに: 4年卒研では R. Ossermann; A Survey of Minimal Surfaces (Dover) を読みます。
- 10) 連絡先 研究室: 理1-501 電話: 052-789-2432 e-mail : ryoichi@math.nagoya-u.ac.jp

1) 教官名：服部哲弥

2) テーマ：数理物理学 — ランダムウォークとくりこみ群

3) レベル：レベル3

4) 目的, 目標：

主に整数上の確率連鎖を題材に選び, その漸近的性質への興味をふまえて, くりこみ群によって確率連鎖の漸近的性質が得られることを勉強することで, (まだ存在していない)「数学としてのくりこみ群」の可能性について興味を持っていただくことを目指す.

概略次のようなことの中からできるだけ多くのことを達成することを期待する.

ただし, 進度は参加者の希望によるので, 全ての目標が達成可能とは限らない.

(i) ランダムウォークを例題にして測度の概念の自然さを実感すること.

(ii) 確率連鎖の漸近的性質についての基礎的な事項を学ぶこと.

(iii) 確率連鎖の漸近的性質をくりこみ群という視点から眺め直すことで, くりこみ群の基本思想の数学としての可能性を体得すること.

(iv) コース修了後(または各自の自主学習において), くりこみ群という新しい数学の可能性を各自の興味の中で生かしていくこと.

5) 方法：

執筆中の教科書を輪講する(出版が間に合わない場合は該当部分をコピーして配布).

毎週2時間を限度とし, 休暇中は開講しない.

発表者は自分の理解がわかるように整理して発表し, それ以外の参加者は事前に疑問点を整理して発表者や他の参加者と討論できるように用意する.

一方で, 自主的な考察など自由な発表の可能性を歓迎する.

これより細かいことは希望者が確定した時点で相談したい.

なお, 連絡をメールで行うので, メールアドレスを用意していただきたい.

通常の携帯メールでも大学のアカウントでも連絡が取れれば何でもかまわない.

6) 知っていることが望ましい知識：

測度論(ルベグ積分論)または確率論の基礎事項を前提にするが, 基本的な定義と拡張定理くらいで前半のかなりの部分を乗り切れるはずである.

また, 確率論の講義が開講されるので, 先々必要な知識は平行して直接手に入れられるか, さもなければ勉強のヒントを得られるであろう.

最初の数回分は初等的な知識だけで何とかできるように内容を配慮しているので, 事前の勉強で不足したことに気づいてからでも必要な勉強を補充することができるはずである.

7) 参考書

執筆中の本は商品となるので, (出版社が倒産しては結局皆が困るので)原稿を web 等に貼ることはできないが, その内容は, 既に web に貼ってある数理物理学の講義ノートを整理して基礎部分を充実したものである.

ホームページ <http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~hattori/hattori.htm> から, 講義/数理物理学(過去の講義) とリンクをたどってもらえば pdf ファイルが見つかる. その巻末にその他の参考書も挙げてある.

8) 連絡先

研究室：A453 (理学部 A 館 4 階)

e-mail: hattori@math.nagoya-u.ac.jp

- (1) 教官名：谷川 好男
- (2) テーマ：ベルヌーイ数と整数論
- (3) level 2
- (4) 内容, 目的, 到達目標

みなさんは $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$, $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

の公式にはよく親しんでいると思いますが、では $\sum_{k=1}^n k^{10}$ などはどうでしょうか？ 実は一般のべき和はベルヌーイ数といわれる数で表示できることが知られています。ベルヌーイ数は、べき和だけでなく、整数論、組み合わせ論などの分野に頻りに登場する重要な数です。この少人数クラスでは、ベルヌーイ数が整数論に現れる様々な側面(例えばゼータ関数の特殊値としての側面、虚2次体の類数との関係など)を調べます。そしてそれらを通して、学部までの基礎概念を再確認し、さらに深く整数論や組み合わせ論などを学んでいく足がかりとさせていただきたいと思います。

- (5) 少人数クラスの方法

“ベルヌーイ数とゼータ関数”(荒川, 伊吹山, 金子)をテキストに使いたい。
この本はベルヌーイ数を通した整数論の入門書で、最近出版された非常に面白い本であります。

最初の数章は、記号や基礎概念の部分ですので、セミナー形式でやっていきます。
その後は、話題別に2, 3の章づつまとめ、従来の形式にとらわれずにやっていきたいと思えます。テキストだけでなく、そこに挙げてある論文なども積極的に読んでいただき、まとめの発表会も行いたいと考えています。

人数にもよりますが、基本的には1回2時間程度、それまでに当番のひとはもちろん、全員が予習をし疑問点などをはっきりさせておくことが必要です。
論文を始めて読むときはなかなか進まず大変なときもありますが、全員で議論を重ねていけば、そのうち慣れてきますから、心配は無用です。

- (6) 知っていることが望ましい知識：学部3年生程度の知識
- (7) 参考書：一応上に上げたテキストでやっていき、必要に応じて提示していきます。
- (8) 連絡先

研究室 理1-457
電話 789-2428
e-mail tanigawa@math.natoya-u.ac.jp

1) 教官名： 寺西鎮男

2) テーマ： Sphere packing とその周辺

3) レベル：レベル2

4) 内容：

題材として、球（凸図形）のパッキングおよびその周辺の問題をとりあげる。大変素朴な問題であるが、これらの問題は様々な数学（数の幾何、二次形式の整数論、ルート系、有限群論、符号理論、組合せ理論 等）と関連する。そして、今なお未解決の問題が数多く存在する。例えば、400年程前、Kepler は球のパッキングの密度に関しある予想を残したが、Kepler の予想は現在に至るまで未解決である。

5) 目的：

このクラスの目的は、パッキング及びその周辺の話題を様々な観点から研究し数学の多様性を学ぶことにある。

6) 到達目標：

球のパッキングという具体的な問題をとおして、学部で学んできた基礎的な数学の理解を深めると共に、アイデアを明確に人に伝えることを前半の目標にする。後半では、前半で学んだことを足掛かりにして、格子、群、整数論、符号理論、組合せ理論などへの手がかりを見い出すことを目標とする。

7) 少人数クラスの方法：

前半（夏休みまで）は Sphere packing に関する教科書（下記の参考書欄を参照）を全員で輪読する。後半は各自の興味に従って文献を読み学んだことを発表してもらう予定である。発表は一人約一時間とし、毎週二時間程度を少人数クラスの時間に当てる。夏休み前に各自に後半のテーマを決めてもらい、夏休みから文献を読むことを始める。

具体的なことは最初に全員集合したときに話し合う予定である。

8) 知っていることが望ましい知識：

学部3年生程度の予備知識以外、特に要求しない。必要があればそのつど対処する。

9) 参考書：

C. Zong, Sphere packings, Springer

J.H. Conway, N. j. A. Sloane, Sphere packings, lattices and groups, Springer

C.L. Siegel, Geometry of numbers, Springer

J. Pach, P. Agarwal, Combinatorial geometry, John Wiley & Sons.

10) 連絡先：

研究室： A429

電話： 052-789-2409

e-mail： teranish@math.nagoya-u.ac.jp