

2003年度卒業研究コースデザイン

理学部数理学科

目次

梅村 浩	2
庄司 俊明	3
宇沢 達	4
長田 博文	5
鈴木 紀明	6
小林 亮一	7
佐藤 肇	8
藤原 一宏	9
岡田 聰一	10
菅野 浩明	11
納谷 信	12
名和 範人	13
林 孝宏	14

コースデザイン(卒業研究)

1)教官名: 梅村 浩

2)卒業研究のテーマ: 楕円曲線を巡って

3)目的

卒業研究の題材は楕円曲線である。楕円曲線は位相空間としてはトーラスである。複素関数論では種数1のコンパクトなリーマン面として登場し、一方、平面3次曲線(3次方程式の零点集合)とも考えることができる。また楕円曲線自身、アーベル群の構造を持っている。このように楕円曲線は様々な数学(代数幾何、整数論、幾何、関数論...)に現れ、現代数学の雛形の一つとして重要なものである。この卒業研究の目的は、楕円曲線を上に述べた様々な観点から研究し数学の多様性を学ぶことである。

4)到達目標

楕円曲線という具体的な対象を学ぶことを通じて、3年までに学んできた基礎概念(群、複素関数論など)の理解を深めることを、全員の目標とする。余裕があれば、代数幾何学、複素多様体論への足掛かりを見い出すことがその次の目標である。

5)参考書: M. Reid, Undergraduate Algebraic Geometry, Cambridge
(和訳 初等代数幾何講義、岩波);
N. Koblitz, Introduction to elliptic curves and modular forms, Springer;
A. Hurwitz, R. Courant, 楕円関数論(足立恒雄、小松啓一訳)、シュプリンガーフェアラーク東京;
梅村浩、楕円関数論、東京大学出版会
など

6)オフィスアワー: 1月14日(火)16:00~17:00

1月17日(金)13:30~14:30

7)連絡先

研究室: 理1-303

電話: 789-2544

e-mail: umemura@math.nagoya-u.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

1) 教官名：庄司 俊明

2) 卒業研究のテーマ：鏡映群と Hecke 環の表現論

3) 目的

鏡映群は群自体としては簡単な構造を持っているが、群全体の中で特別な位置を占める。それは結晶群と関連して自然界の対称性を記述する道具として有効であり、また Lie 群や Lie 環のような複雑な構造を持つものも、その主要な性質が鏡映群を使って記述できる。Hecke 環は鏡映群の群環のパラメータによる q -変形であり、Lie 環の q -変形である量子群と密接に関係している。量子群はその名前の示すように数理物理の諸現象と関連する。

このように鏡映群は簡単な対象であるにもかかわらず、Lie 群論、Lie 環論量子群、多様体、数理物理など様々な分野への入口になっている。そして、群や環を具体的に調べる道具が表現論である。この卒業研究では、鏡映群の性質を調べることから始めて、Hecke 環の理論や Lie 環論、あるいは結晶群へと研究の輪を広げて行きたい。数学の種々の分野が鏡映群によって結びついていることを概観し、さらなる学習への足掛かりとするのが目的である。

4) 到達目標

群論はややもすると抽象的な定義に流れてしまうが、鏡映群は具体的で手に取って扱える対象である。また表現論は線形代数をベースにしており、いかに線形代数を道具として使えるかがポイントになる。3年までに学んできた群、環、線形代数などの基礎概念を飾りものではなく、自分の手になじむ道具にしたい。表現論を通じて、実際に目で見、手に触れることによって、鏡映群を玩具のように扱えるようになることを目標とする。

5) 参考書：
1. J.E. Humphreys, *Reflection groups and Coxeter groups*,
Cambridge studies in advanced mathematics 29.

2. M. Geck and G. Pfeiffer, *Characters of finite Coxeter groups* and Iwahori-Hecke algebras, Oxford Science Publications.

3. A. Mathas, *Iwahori-Hecke algebras and Schur algebras of the Symmetric group*, University Lecture Series Vol.15. AMS.

注) 1 を主に使い、場合によっては 2, 3 あるいは他の本も参考にする。

6) オフィスアワー：

7) 連絡先

研究室：

電話：0471-24-1501 内線（3106）

e-mail：shoji_toshiaki@math.noda.tus.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

1) 担当者：宇沢 達

2) 卒業研究のテーマ：群と対称性

3) 目的

整数のなす群など、群自体は古くから存在したが、概念として自立したのは、19世紀から20世紀にかけて、方程式論（ガロア、アーベル）、数論（ガウス）、幾何（クライン、リー）に代表されるように、多分野との交流をとおしてである。そこでは、群は対称性を記述する言葉としてあらわれる。

この卒業研究では、対称群、幾何にあらわれる変換群といった群の具体例に親しむことと、数論、解析、幾何、確率論といった分野でどのように群の概念が活躍する様子を見る二つの目的とする。

群の概念は抽象的かつ単純である。この卒業研究の目的は、群の概念がその抽象性・單純さがゆえにさまざまな分野で活躍する様子を通して、数学において概念が持つ役割を考えることにある。

4) 到達目標

群の概念が幾何、解析、確率、数論といった分野と相互作用するようすをとおして、3年までに学んできた代数、幾何、解析、確率の基礎概念の理解を深めることを全員の目標とする。群の具体例をよく知ることをとおしてオリジナルな結果がでれば申し分ない。

5) 参考書

ワイル 『シンメトリー』 紀伊国屋書店

シャファレヴィッチ 『代数学とは何か』 シュプリンガー・フェアラーク東京

ニクリン・シャファレヴィッチ 『群と幾何学』

ワイル 『群論と量子力学』

ジョージアイ 『物理学におけるリー代数』 吉岡書店

Terras, 『Fourier Analysis on Finite Groups and Applications』 Cambridge University Press

Billera, Louis J., Brown, Kenneth S., Diaconis, Persi,

「Random walks and plane arrangements in three dimensions.」

Amer. Math. Monthly 106 (1999), no. 6, 502–524.

David Aldous; Persi Diaconis, 「Shuffling Cards and Stopping Times」

Amer. Math. Monthly, 93 (1986) no. 5, pp. 333–348

6) オフィスアワー

1月15日（水）13:30～14:30

1月21日（火）16:30～17:30

7) 連絡先

研究室：理学部1号館305号室

電話：789-2461

電子メール：uzawa@math.nagoya-u.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

1) 教官名： 長田博文

2) 卒業研究のテーマ： 偶然現象の数理

3) 目的

偶然に支配された現象を数学のモデルに取り込み論理的に解明していく、確率論はそのような学問でありこの卒業研究は確率論の基本事項を理解することを目的とする。

どうなるかわからないから偶然なのだけれど、その中にも普遍性を持って成立することがある。そのような偶然の中の必然について「大数の法則」と「中心極限定理」を通じて学ぶ。

さらに後半では偶然現象の「時間発展」を記述する「確率過程論」について離散時間の場合に「ランダムウォーク」という目に見える対象を題材に追求する。できれば離散時間のマルチングールについても学びたい。ランダムウォークとはマルコフ過程とよばれる「ランダムな粒子の運動」を表す確率過程の代表例であり、マルチングールとは、乱暴な言い方をすれば「ランダムな粒子の運動」の良い汎関数である。これら2つは確率過程論の両輪である。

ランダムウォークやマルチングールの理想化（連続極限）であるブラウン運動についても可能ならば触れたいと思う。ブラウン運動はラプラシアンを通して様々な数学と結びつく広がりのある対象である。拡散過程、加法過程、マルチングール、ガウス過程などは確率論の主要概念だが、これらすべての性質をブラウン運動は兼ね備えている。同時に数理ファイナンスその他の応用面でも重要な対象である。

4) 到達目標

最低目標は「大数の法則」と「中心極限定理」について理解すること。

および「独立性」や「確率変数」や「確率過程」など偶然現象を考察する上で必用な基本概念になじむことを目標にする。

また、ブラウン運動についてイメージを持ち、理解することを努力目標にしたい。

5) 参考書：

志賀徳造「ルベーグ積分から確率論」

R. Durrett, 「Probability: Theory and Examples」 など

6) オフィスアワー： 1月15日（水）12：00～13：00

1月22日（火）12：00～13：00

7) 連絡先

研究室：理1号館 405号室

電話：789-4661

e-mail：osada@math.nagoya-u.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

1) 教官名：鈴木 紀明

2) 卒業研究のテーマ：正則関数と調和関数

3) 目的

(2次元)の調和関数はラプラス方程式の解であるとともに、局所的には正則関数の実部として表現される。このように、調和関数を偏微分方程式論と複素関数論の両面からとらえ、その相互関係を学ぶこと、例えば、調和関数のポワソン積分表示をコーシーの積分定理から導いたり、ハルナックの不等式を使って整関数に関するピカールの定理を示すなど、を通して実解析と複素解析の基礎知識を習得する。

4) 到達目標

前半は複素関数論再入門として、これまでに学んだ複素関数論の復習をし、有用性と面白さを再確認する。特に、微分積分学を複素関数の立場から見直すことを最初の目標とする。後半は、調和関数を主な例として偏微分方程式の基礎理論を学び、複素関数論と合わせて解析学の知識を深める。さらに、ディリクレ問題などの境界値問題にも触れる。

5) 参考書：
T. Ransford, Potential theory in the complex plane, Cambridge, 1995,
鈴木紀明：数学基礎・複素関数，培風館，2000

6) オフィスアワー：1月17日（金）13:00～14:00
1月20日（月）13:30～15:30

7) 連絡先

研究室：A337

電話：789-5580

e-mail：nsuzuki@math.nagoya-u.ac.jp

卒業研究コースデザイン

1) 教官名：小林亮一

2) 卒業研究のテーマ：極小曲面を巡って

3) 目的：古典数学である極小曲面論にその源流をもつ現代幾何学の重要な概念は多い。たとえば、極小曲面の Weierstrass 表現公式を巡って多様なアイディアが展開されている。本卒業研究では極小曲面の Gauss 写像の値分布問題に焦点を絞り、問題がどのように定式化され、どのように解決したかを可能な範囲で追体験することによって、将来の糧したい。たとえば、極小曲面の研究には関数論が有効であるが、その理由を考えることが重要である。

4) 到達目標：極小曲面の Weierstrass 表現公式とその起源を巡る種々の数学を、関連事項を含めて有機的に理解する。

5) 参考書：R. Ossermann, "A Survey of Minimal Surfaces" (2nd edition, Dover Publ.Inc., 1986).

H. Fujimoto, "Value Distribution Theory of the Gauss map of Minimal Surfaces in R^n " (Aspects of Math. E21, Vieweg, 1992).

6) オフィスアワー：1月14日（火）の午後5時—6時と、1月15日（水）の午後3時—5時を卒業研究関係のオフィスアワーとします。

しかし、1月20日以外の、1月14日から21日のいずれの日、いずれの時間にも在室であれば、相談に応じます。また、e-mail での相談にも応じます。

e-mail で appointment をとってくだされば、決められた時間帯に在室しています。

7) 連絡先

研究室 理 1-501

内線 2432

e-mail ryoichi@math.nagoya-u.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

1) 教官名：佐藤 肇

2) 卒業研究のテーマ：微分幾何学の基礎

3) 目的

卒業研究の題材は微分幾何学である。微分幾何学は微分可能多様体の上で種々の微積分を行うものであり、そこから生まれた接続の概念はゲージ理論として数理物理でも有用である。

この卒業研究の目的は、そのような微分幾何学の基礎理論を学ぶことである。

4) 到達目標

3年までに学んできた幾何学の拡張として、多様体、微分形式、積分などの基礎を確実にすることである。

5) 参考書：スタンバーグ 「微分幾何学」 吉岡書店
松島 与三 「多様体入門」 裳華房

〔

6) オフィスアワー： 1月20日（月）16：30～17：30
1月21日（火）16：30～17：30

7) 連絡先

研究室：I-507

電話：789-4838

e-mail：hsato@math.nagoya-u.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

1) 教官名：藤原 一宏

2) 卒業研究のテーマ：楕円曲線の数論

3) 目的

この卒業研究の目的は、楕円曲線を（特に数論的視点から）理解することである。

楕円曲線（楕円のことではない！）とは二次曲線の次に易しい平面曲線であり、その研究は二千年ほど前から始まっていた。19世紀の楕円関数論でいつたん全盛期を迎えたが、その後衰退したが20世紀に復活を遂げた。現在、数学や数理物理で非常に重要な対象と認識されており、楕円曲線暗号など実用的な応用も数多い。もちろん、現在でも最先端のトピックである。簡単だが難しい、そんな楕円曲線を様々な（特に数論的な）側面から眺め、触ってみよう。

4) 到達目標

単に数学を抽象的に理解するのではなく、具体的な対象を通して感覚をつかもう。

このコースでは数論的、代数的な側面が多くてくるが、しかし数学では代数、幾何、解析という分野分けは便宜的なものにすぎない。このことを少しでもわかってもらうのがこのコースの目標である。

5) 現時点の参考書（これをテキストとするわけではない）

梅村浩 楕円関数論 東京大学出版会

N. Koblitz 数論アルゴリズムと楕円暗号理論入門 シュプリンガー数学クラブ

N. Koblitz, Introduction to elliptic curves and modular forms, Springer

A. Knapp, Elliptic curves, Princeton University Press

6) オフィスアワー：1月14日（水）12:00～13:00

1月17日（金）13:00～14:00

7) 連絡先

研究室：A459 電話：052-789-2819

e-mail：fujiwara@math.nagoya-u.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

1) 教官名：岡田 聰一

2) 卒業研究のテーマ：数え上げ組合せ論

3) 目的

この卒業研究では、alternating sign matrix（交代符号行列）と plane partition（平面分割）の数え上げ問題をテーマとしたテキスト

D. M. Bressoud, Proofs and Confirmations

--- The Story of the Alternating Sign Matrix Conjecture,
Cambridge Univ. Press

に従って、数え上げ組合せ論とその周辺に広がる数学を学習する。交代符号行列や平面分割は、定義はとても簡単であり素朴なものであるが、その数え上げ問題の研究が進んでくると、予想もつかなかったような数学の多くの分野との関係（例えば表現論、数理物理学、特殊関数論、 q 解析など）が見えてくる。この卒業研究の目的は、このような数え上げ組合せ論を通じて、数学のさまざまな分野が有機的に結び付いていることを学び、数学が発展していく様子を知ることである。

4) 到達目標

交代符号行列、平面分割の数え上げを通じて、母関数を始めとする組合せ論における基本的な道具や概念を理解すること、これまでに学んできた線型代数などの数学をより自分のものにすることを、目標とする。

5) 参考書：

G. E. Andrews, The Theory of Partitions, Cambridge Univ. Press.

I. Macdonald, Symmetric Functions and Hall Polynomials, Oxford Univ. Press.
(Chapter 1)

R. P. Stanley, Enumerative Combinatorics, Vol. 1, Cambridge Univ. Press.

6) オフィスアワー：

1月16日（木）13:00～14:00

1月21日（火）13:00～14:00

7) 連絡先

研究室：A451

電話：789-5596

e-mail：okada@math.nagoya-u.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

1) 教官名：菅野 浩明

2) 卒業研究のテーマ：量子論と現代数学の関わり

3) 目的

量子論はミクロの世界の力学の基礎理論として20世紀物理学の最大の成果のひとつと言われていますが、量子論に現れる概念やその数理は現在数学の様々な分野に影響を及ぼしています。この卒業研究の目的はそのような量子論と現代数学の深い関わりを垣間見ることです。

具体的には、参考書にあげたテキスト(1)を通して、真空の零点振動を表すカシミールエネルギーと数論に現れるゼータ関数や表現論で重要なカシミール元の深い関係を見ることになると思います。

4) 到達目標

具体的な計算例を通して、3年までに学んできた抽象的な基礎概念にできるだけ親しんでもらえるようにするのが第一の目標です。

また、自主的に目標を立て、それにそって自主学習を進める力をつけることも重要な目標です。従って、前期はテキストの輪講を中心としますが後期は各自の目標を決めてもらい、自主学習の成果を発表をしてもらう予定です。

自主学習用のテキストとしては、例えば参考書(2)が挙げられます。

また、数学的な内容を正確に分かりやすく人に伝えるためのライティングの力も身につけて欲しいと考えます。そのため、定期的にセミナーの内容に関連するレポートの提出を求めます。

5) 参考書：(1) 黒川信重、若山正人著「絶対カシミール元」(岩波書店)

(2) 広田良吾著「差分学入門」(培風館)

6) オフィスアワー：1月16日（木）15：00～16：00

1月17日（金）15：00～16：00

7) 連絡先

研究室：A433

電話：789-2417

e-mail：kanno@math.nagoya-u.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

1) 教官名：納谷 信

2) 卒業研究のテーマ：曲面の数学

3) 目的・目標

この卒業研究の目的は、曲面を様々な視点から研究することを通じて、今までに学んできた数学が曲面という図形の研究に応用される様子を学ぶことである。これによって 3 年次までに学んだ数学への理解を深めるとともに、より専門的な幾何学の学習・研究への入門としたい。

ひとくちに曲面といつても色々ある(空間内の滑らかな曲面、リーマン面、多面体等々)。また、曲面のどのような点に興味をもつかによっても色々な学び方がある。例えば、曲面の曲率といった「かたい量」に興味があれば微分幾何の基礎を学ぶとよいし、オイラー数といった「柔らかい量」について知りたければトポロジーの基礎を学ぶことになる。

(曲率とオイラー数はガウス・ボンネの定理によって結び付く。)

また、曲面をコンピュータを使って描いてみることに興味を持つ人もいるだろう。

どのような方向から曲面を学習するかは、受講者の各々の興味や目的意識に従って考えてもらいたい。それをふまえて、春以降のセミナーの具体的進め方については、受講者全員と担当教官とで相談して決めることにしたい。

4) 参考書

長野正 ``曲面の数学 --現代数学入門--" (培風館)

梅原雅顕・山田光太郎 ``曲線と曲面 --微分幾何的アプローチ--" (裳華房)

小磯憲史 ``変分問題" (共立出版)

A. Gray ``Mathematica 曲線と曲面の微分幾何学" (トッパン)

等

5) オフィスアワー

1月 17 日(金)13:50-14:50

1月 20 日(月)16:00-17:00

6) 連絡先

研究室：A457

電話：789-2814

e-mail：nayatani@math.nagoya-u.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

- 1) 教官名：名和 範人
- 2) 卒業研究のテーマ：非線形偏微分方程式（現代解析入門）
- 3) 目的

主として 5) に上げた本を読み進み、実際に非線形偏微分方程式の解の挙動を調べ、微分積分学の基礎が最先端の研究にどのようにつながっているかを体感し、現代解析学に必要な解析的な力を身につける。

4) (到達) 目標

非線形偏微分方程式という具体的な対象を学ぶことを通して、3年までに学んできた基礎概念の理解を深めることを、全員の目標とする。
また、大学院進学希望者は現代解析学に必要な解析的な腕力を身につけてもらいたい。

非線形偏微分方程式は、その出自を数学以外の諸科学や工学に持つものが多く、その研究は多岐にわたっている。それゆえに、その方程式の背景を調べたり、5) の教科書に引用してある文献などを進んで参照することにより、広い視野を得ることもできるであろう。

5) 教科書：
儀我美一，儀我美保 著，
非線形偏微分方程式
－解の漸近挙動と自己相似解－，
共立講座 21 世紀の数学 25

6) 参考書：
金子晃 著，偏微分方程式，東京大学出版会，など。

7) オフィスアワー：
1月14日（火）16:00～17:00
1月15日（水）13:00～14:00

8) 連絡先
研究室：A425
電話：789-2418
e-mail：nawa@math.nagoya-u.ac.jp

コースデザイン（卒業研究）

- 1) 教官名：林 孝宏
- 2) 卒業研究のテーマ：行列群とその表現
- 3) 目的

行列のなす群（線形リーブル）とその表現論をテーマとして卒業研究を行うことを考えております。行列群の研究では、線形代数や群といった代数の諸概念は勿論のこと、解析や位相など、数理学科でこれまでに学んできた様々な数学が有効に使用されます。そのため、それらの復習や腕試しに好適な題材といえるかと思います。

このように述べると、予備知識が多くて大変そうだと感じられる方もいるかもしれません。が、実際に取り扱う物は、 $S_0(3)$ （3次元ユークリッド空間の原点を中心とする回転の全体）など具体的なものがほとんどですし、抽象性の高い話にはあまり深入りしないつもりなので、基礎学力に多少の不安がある方でもそれほど心配して頂かなくても大丈夫かと思います。

4) 到達目標

行列群の研究に用いられる様々な数学についての理解を確かにするとともに、群の表現という抽象的な対象に対して、一定のイメージ（実在感）を持っていただくことを最小限の目標にしたいと思います。また、もし余裕があるようであれば、無限次元リー環や量子群など、より最近の話題にも取り組みたいです。

5) 参考書：山内恭彦、杉浦光夫：連続群論入門、培風館

横田一郎：群と表現、裳華房
など

6) オフィスアワー：1月17日（金）16:30～17:30 1月20日（月）13:30～14:30

7) 連絡先

研究室：A437

電話：789-2416

e-mail：hayashi@math.nagoya-u.ac.jp