２００４年度後期コースデザイン

理学部数理学科
多元数理科学研究科

コースデザインについて

学生に対し、学期当初に配付する基本資料はコースデザインとシラバスの二つからなっています.

- コースデザインは講義の全体像（到達目標，内容の概略，評価方法）を説明したものです。学生が履修科目を選択するために事前に配付されます；
- シラバスは一回一回の講義の流れ，試験の予定等を提示したもので, 合格基準・成績基準（方法）などとともに講義・演習の初回に学生に配付します.

履修の届け出についての注意

コースデザインを熟読の上講義・演習の受講を決めて下さい.

コースデザインの科目名は今年度入学の学生から実施される新しい科目名に基づいています. 履修の届け出の際は別に配付される科目対照表に従って下さい。その科目名および単位数は入学年度によって異なります.

２００４年度後期コースデザイン目次

数理学科

１年

２年

３年

４年

多元数理科学研究科

大学院

数 理 学 科

２００４年度後期	対象学年	1	レベル	0	２単位	専門基礎科目・選択

【科目名】 数学展望 II

【担当者】 行者 明彦

【成績評価方法】 講義中に, いくつかのレポート問題を提出します.

【教科書および参考書】 教科書は使用しません. 参考書を講義中に紹介します.

【講義の目的】 数理学科で学習することの紹介をしたいと思います. 時間に限りがありますので, その中でも, 私が一番面白いと思うテーマを選んで, お話したいと思います. 受講者からの希望も, 可能な限り考慮したいと思います.

【講義予定】 円周等分理論, 作図問題, 楕円関数, 楕円曲線, 代数曲線, 複素関数論, 代数方程式の解法... といったことについて, お話しして, それと並行しながら, 数理学科の何年生の, どの科目で, どのようなことを学習するのかということを, お話ししたいと思っています.

【キーワード】 円周等分理論, 作図可能問題, 楕円関数, 楕円曲線, 代数曲線, 複素関数論, 代数方程式の解法

【履修に必要な知識】 特になし

【他学科学生の聴講】 基礎知識はあまり前提にしていませんので, 他学科の学生の聴講も受講者数が許す限り歓迎します.

【履修の際のアドバイス】 未知の世界が広がっていることを知ってワクワクし, また, 興味を持って考えることの楽しさを味わってください.

担当教員連絡先	gyoja@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	１年	レベル	０	２単位	専門基礎科目・選択

【科目名】 数学演習 II

【担当者】 糸 健太郎，川平 友規，佐藤 周友，宮地 兵衛

【成績評価方法】 演習は参加することに意義があります．どれだけ積極的に参加したかで評価します．詳しくは最初の演習の時間に通知します．

【教科書および参考書】 講義の教科書, 参考書を参考にしてください．また必要に応じて演習の時間にも指示します．

【講義の目的】 数学においてはただ講義を聞くだけではなく, 自分の手を動かして問題を解いてみることがなによりも大切です．とくに演習をとおして線形代数と微分積分における基礎的な計算力, 思考力を身につけることは, 今後どのような科学を研究する上でも必要不可欠なことです．しかし自分ひとりで問題に取り組むのはなかなか大変なものです．効率が落ちたりモチベーションを保つのも難しいでしょう．この演習では, 講義の理解の助けになる問題や, より高度な数学を学ぶ上で基礎となるであろう問題を選んで出題したいと思います．少人数クラスですので, 教員に様々な疑問をぶつけながら, 積極的に数学に取り組んで下さい．演習問題を解くことは本来楽しいものです．問題が解けた時の喜び, いままで計算できなかったものを計算できるようになる喜びを味わってください．

【講義予定】 ４つのグループに分けて少人数で行います．演習の具体的な進め方については, 担当者の説明をよく聞いてください．

【キーワード】自分の頭で考えてみよう．

【履修に必要な知識】 特になし．

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 前期にこの演習を取らなかった方も大歓迎です．また，演習の時間以外にもオープンスペースでのオフィスアワー「カフェ・ダヴィッド」を毎週開催する予定です．気軽に遊びにきて, 講義で感じたちょっとした疑問，演習の時間にわからなかったことなど, どしどし質問してください．

担当教員連絡先	itoken@math.nagoya-u.ac.jp，kawahira@math.nagoya-u.ac.jp，kanetomo@math.nagoya-u.ac.jp，miyachi@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	２年	レベル	１	４単位	専門科目・必修

【科目名】 現代数学基礎 AII
位相と距離

【担当者】 納谷 信

【成績評価方法】おもに中間試験と期末試験の結果に基づいて行う．詳しい説明を第１回講義の開始時に行うので必ず出席すること．

【教科書および参考書】 森田茂之, 集合と位相空間 (朝倉書店)

【講義の目的】 位相とは, 数学に現れる図形や空間がもつ性質の中で, 近いとか遠いという概念を単純化してその本質を取り出したものであり, 集合とならんで現代数学の基礎をなす概念である．この講義では, 位相空間の概念を学びその取り扱いに習熟すること, およびその学習を通じて論理的思考・記述の方法を身につけることを目的とする．

【講義予定】 ユークリッド空間の位相を考えることは, その開集合の全体を考えることに他ならない．そこで, まずユークリッド空間の開集合とは何かということから始めて, その性質や連続写像との関係について考察する．続いて一般の位相空間と連続写像を定義し, それらの種々の性質について述べる．また, 距離空間という特殊な位相空間を取り上げ, おもにその完備性と完備化について述べる．

詳しい講義予定 (シラバス) は第１回講義の際に配布する．

講義は午前 8:45 から開始し, 15 分間の休憩をはさんで正午まで行う．板書による講義の合間に適宜演習を行う．演習に半分近くの時間を費やす予定である．

【キーワード】ユークリッド空間の位相, 位相空間, 連続写像, 連結性, コンパクト性, 直積位相, 商位相, 距離空間, 完備性

【履修に必要な知識】 現代数学基礎 AI(集合と写像) を履修し, ある程度身につけていることが望ましい．

【他学科学生の聴講】 基礎知識はあまり前提にしていませんので, 他学科の学生の聴講も受講者数が許す限り歓迎します．講義担当者に相談して下さい．

【履修の際のアドバイス】 毎回遅刻せずに出席し, 理解できない場合は質問するなどして, 講義中に講義内容をできるだけ多く理解するように努めること．また, 講義中に行う演習の時間には, しっかり考え, 手を動かしてほしい．

担当教員連絡先	nayatani@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	２年	レベル	１	４単位	専門科目・必修

【科目名】 現代数学基礎 BII
ジョルダン標準形

【担当者】 伊藤 由佳理

【成績評価方法】 中間試験と定期試験の結果で判断する．詳しい説明を第一回講義の最初にするので，必ず出席すること．

【教科書および参考書】 教科書は使わない．参考書として
佐武　一郎, 線型代数学（裳華房）,
齋藤　正彦，線型代数入門（東大出版会），
硲野敏博・加藤芳文，理工系の基礎線形代数学（学術図書出版社）
をあげておく.

【講義の目的】 線型代数学 I,II よりさらに発展した内容として, 前期の現代数学基礎 BI の講義があった. この講義では前期で学んだ内容と多少重複するかもしれないが, 行列の標準化として 2 次形式, ジョルダン標準形を扱う. 時間的余裕があれば, その応用にも触れたい.

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は第一回目の講義で配布する.

【キーワード】 行列の標準化, 行列の対角化, 実対称行列, 二次形式, ジョルダン標準形

【履修に必要な知識】 線型代数学 I, II の内容を理解していること. また前期の現代数学基礎 BI で学んだ線型空間, 線型写像や固有値, 固有ベクトルを理解していることが望ましい.

【他学科学生の聴講】 基礎知識はあまり前提にしていませんので，他学科の学生の聴講も受講者数が許す限り歓迎します．講義担当者に相談して下さい.

【履修の際のアドバイス】 毎回の講義だけでなく, 演習の時間も設ける予定なので, 講義内容の理解を深めたり, 質問をするなど有効利用してほしい.

担当教員連絡先	y-ito@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	２年	レベル	１	４単位	専門科目・必修

【科目名】 現代数学基礎 CII
多変数微分積分

【担当者】 永尾 太郎

【成績評価方法】 試験の結果により判断します.

【教科書および参考書】 教科書は指定しません. 参考書としては,
落合卓四郎, 高橋勝雄, 多変数の初等解析入門 (東京大学出版会)
を挙げておきます.

【講義の目的】 この講義の目的は, まとめると,
（１）多変数の微分積分学を, 厳密な取り扱いにより再構成すること
（２）偏微分, 重積分に習熟し, 自在に運用できるようになること
の２点です.

【講義予定】詳しい講義予定は, 第１回目の講義の際に説明します. おおむね, 以下のような順序で進める予定です.

1. 多変数関数の連続性
2. 偏微分
3. Taylor 展開
4. 陰関数定理
5. 未定乗数法
6. 重積分
7. ヤコビアン
8. 積分と極限の交換

【キーワード】偏微分, 陰関数定理, 未定乗数法, 重積分

【履修に必要な知識】 「現代数学基礎 CI」履修者程度の１変数微分積分学の知識.

【他学科学生の聴講】基礎知識はあまり前提にしていませんので, 他学科の学生の聴講も受講者数が許す限り歓迎します. 講義担当者に相談して下さい.

【履修の際のアドバイス】微分積分が運用できるようになるためには, 頭の中で考えるだけでなく, 実際に手を使って計算練習を積み重ねることが大切です. 講義中に演習の時間を取り入れる予定ですので, 積極的に取り組んで下さい.

担当教員連絡先	nagao@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	２年	レベル	１	４単位	専門科目・必修

【科目名】 現代数学基礎 CIII
複素関数論続論

【担当者】 楯 辰哉

【成績評価方法】 主に中間試験と期末試験で評価する予定である. 具体的な評価方法は講義初回に説明する. 必ず出席すること.

【教科書および参考書】 教科書は使わない．参考書として
神保道夫 著「複素関数入門」（岩波書店）
高橋礼司 著「複素解析」（東京大学出版会）をあげておく.
複素関数論の参考書は沢山あるが, 聴講者に自分の気に入った参考書が上記二冊以外にあれば, それを精読されることを強く勧める.

【講義の目的】 前期の複素関数論では, 主に複素線積分, 正則関数 (Cauchy-Riemann 方程式), Cauchy の積分定理, Cauchy の積分公式を学び, それらに関連する話題を学んだ. そこでは, Green の公式に代表される平面上のベクトル解析を土台にして理論構築がなされた. いわば正則関数の大域理論に相当する. この講義では, まず, いわば正則関数の局所理論に相当するべき級数 (解析関数) の理論について学び, ついで, 初等関数を学ぶ. さらに, Cauchy の積分公式を通じてベキ級数の理論と正則関数の関連を見る. また, その応用として, 有理型関数の留数定理や偏角の原理などを学ぶ. 時間が許せば, 複素数平面上の単連結領域が単位円板と双正則同型であることを主張する Riemann の写像定理の証明を紹介したい.
なおこの講義では, 厳密な理論構成を紹介するに留まらず, 具体例や練習問題を通して, 実際に計算技術を身に付けることも目標にする.

【講義予定】 具体的な講義予定については, 講義初回にシラバスを配付し説明する.

【キーワード】ベキ級数, 初等関数, Cauchy の積分定理・公式, 正則関数のベキ級数展開 (Taylor 展開), 有理型関数, 留数定理, 偏角の原理

【履修に必要な知識】 前期の複素関数論の講義内容を仮定したいが, 必要に応じて復習する.

【他学科学生の聴講】 基礎知識はあまり前提にしていませんので，他学科の学生の聴講も受講者数が許す限り歓迎します．講義担当者に相談して下さい．

【履修の際のアドバイス】 講義中には, なるべく多くの例題や練習問題を取り入れる予定です. 実際に自分で計算することが, 関数論の理解への近道となりますので, 講義中の練習問題はなるべく自分で解いてみて下さい.

担当教員連絡先	tate@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	２年	レベル	1	計４単位	専門科目・必修

【科目名】 数学演習 V・VI

【担当者】 佐藤 周友，佐野 武，浜中 真志

【成績評価方法】 出席，小テスト，宿題・レポート，期末テストで評価します．
詳しい説明やクラス分けを初回の演習で行いますので必ず出席して下さい．場所は掲示しますので確認して下さい．

【教科書および参考書】 2 年生の各講義の教科書や参考書を参考にして下さい．

【講義の目的】 前期の演習では数学を学んでいく上での基礎概念と基本的な計算力，数学的な記述方法を身につけることを主な目標としてきました．後期には多少発展的な場面でこれらを運用していきます．また論理的な思考や抽象的な考え方に慣れるとともに，種々の計算に習熟することを主な目的とします．

【講義予定】 演習は前期と同様 3 つのクラスに分かれて行いますが，各クラス共通して次のテーマを核として扱って行く予定です．
・連続性 (1 変数の場合に種々の定義の同値性を確認)
・位相に関わる論証 (主にコンパクト性)
・ジョルダン標準型
・多項式と整数 (互除法，$(f, g) = 1 \Rightarrow \exists\, p, q \text{ s.t.} pf + qg = 1$)
・ラグランジュの未定乗数法
・留数計算
・同値関係
演習時間内では主に論理的な考え方に慣れる事に重点を置きます．習熟度は小テストで確認していきます．計算練習は家庭学習で補って頂きます．

【キーワード】 論理的な考え方に慣れる．基本的な計算技法をマスターする．

【履修に必要な知識】 1 年生で学んだ線形代数と微積分．前期演習の期末テストの問題が解ける程度の知識．

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 論理的な考え方は「表現」してみて初めて身につくものだと思います．具体的な問題に多くあたって，鉛筆を持ち,「表現」してみて下さい．

担当教員連絡先	kanetomo@math.nagoya-u.ac.jp，sano@math.nagoya-u.ac.jp，hamanaka@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	2	レベル	1	計４単位	専門基礎科目・必修

【科目名】 数学演習 III・IV

【担当者】 南　和彦

【成績評価方法】 出席, 小テスト, 期末の試験の結果で判断する. 必要に応じてレポートを課す場合もある.

【教科書および参考書】 今まで使ってきた教科書を各自使用してよい. 参考書としては
解析概論（高木貞治, 岩波書店）
解析入門 I II （小平邦彦, 岩波書店）
解析入門 I II （杉浦光夫, 東大出版会）
線型代数入門（斎藤正彦, 東大出版会）
線型代数学（佐武一郎, 裳華房）
その他に演習中に適宜紹介する.

【講義の目的】 この演習は, 前期の数学演習 III, IV で単位をとれなかった者を対象に, 数学の勉強のうえで重要な概念を復習し身につけることを目的にしています. 一回の演習で一つの内容を完全に理解することを目標に, 時間をかけてゆっくりと考え, また具体的に問題を解きながら勉強していきます.

【講義予定】 毎回, 配られた問題を解くことを目標に, 教科書を参考にして構わないので, ゆっくりと時間をかけて理解し, 完全な解答を作ることをめざします. 演習時間の前半に, 内容を簡単に解説します. また, 問題が解けたら, 黒板を使って説明する練習も順番にしていきたいと思います. 基本的には各自のペースで進め, 有効に使ってもらいたいと思います.

【キーワード】特別なものはなし

【履修に必要な知識】 １年次までの内容. ただし必要に応じて復習する.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 第一回目に詳しく説明する.

担当教員連絡先	minami@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	３年	レベル	１	６単位	専門科目・選択

【科目名】 数理科学展望Ｉ

【担当者】 楯 辰哉，永尾 太郎，土屋 昭博

【成績評価方法】 各教員が出題するレポートの結果で判断する．出席状況も考慮に入れる

【教科書および参考書】 各担当教員のコースデザインを参照のこと

【講義の目的】 この講義は３人の教員によるオムニバス形式の講義（数学展望）です．
基礎的な数学が現代数学の最前線に至る高度な数学に成長していく様子の一端を, 皆さんがこれまでに慣れ親しんだ題材を用いて紹介していきます.
また, 一つの数学の概念が, 一見脈絡のないような異なるさまざまな分野に現れます. 数学が物理などの他分野からアイデアを借りたり, 逆に応用を与えたり することも見られます. こうしたことを観察することによって, いろいろな側面の有機的なつながりの上に数学が成立していることを理解してもらいたいと思 います.

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は各担当教員のコースデザインを参照してください．３人の担当教員とそのおおまかな題材は以下の通りです.
・楯 辰哉：曲線の長さの測り方と双曲平面ーリーマン幾何学に向けて・永尾 太郎：跡公式入門・土屋 昭博：点の個数を符号付きで数えよう

【キーワード】各担当教員のコースデザインを参照のこと

【履修に必要な知識】

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 講義の進め方は各担当者やそれぞれの回によって異なるが, 原則としては講義とともに, 演習や質問に時間を十分に割く予定である.
各講義は時間通りに始める．講義は導入部分が大事である．遅刻しないこと.

担当教員連絡先	

２００４年度後期	対象学年	３年	レベル	１	計６単位	専門科目・選択

【科目名】 数理科学展望Ⅰ　その１
曲線の長さの測り方と双曲平面 – リーマン幾何学に向けて

【担当者】 楯 辰哉

【成績評価方法】 講義中に出題するレポートで評価する.

【教科書および参考書】 教科書は指定しない. 参考書は講義中に紹介する.

【講義の目的】 私たちは「最短経路」という単語を日常的に用いる. これは, もちろん二点の間を最短で結ぶ経路 (曲線) を言い表している. 平面では「二点を結ぶ直線」が, そして地球のような球面上では「二点を結ぶ大円」が「最短経路」に相当することは, 習慣的に周知の事実である. この講義では, これらの習慣的事実に疑問を持つことから始める. つまり, 「何故, このような最短経路が定まっているのか」という問題意識に立ち, 変分法という考え方を学び, 距離を測るには「単位」に相当するもの – 現代数学におけるリーマン計量と呼ばれる概念 – が必要であることを説明する. そして, 測り方の「単位」が違えば, 「最短経路」(測地線と呼ばれる) が劇的に変わることを, 「双曲平面」と呼ばれる空間の例を用いて詳しく調べる. また, 「最短経路」が変われば, その空間での「幾何学」が変わること, さらには, 通常の合同変換群 (平行移動と回転) に変わるものとして, 双曲平面ではどのような群が現れるかを考察し, 双曲平面特有の幾何学を, 従来のユークリッド幾何学と対比しつつ調べる.

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は第一回目の講義で配布する.

【キーワード】曲線の長さ, 距離, 変分法, 測地線, 双曲平面, 等距離変換群, リーマン計量

【履修に必要な知識】 微分積分, 線形代数, 距離空間の知識があれば十分である.

【他学科学生の聴講】 双曲平面上の幾何学について特に詳しく説明する予定である. これらの知識を得たい他学科学生の聴講も, 受講者数が許す限り歓迎したい. 講義担当教員に相談すること.

【履修の際のアドバイス】 この講義では, 特に双曲平面の幾何学の初歩を詳しく説明する予定で, 本講義その２（担当：永尾）の講義と, 密接に関連することに注意しておく.

担当教員連絡先	tate@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	３年	レベル	１	計６単位	専門科目・選択

【科目名】 数理科学展望Ｉ **その２**

【担当者】 永尾 太郎

【成績評価方法】 レポートの結果により判断します.

【教科書および参考書】 教科書は指定しません. 参考書としては,
M.C. Gutzwiller, Chaos in Classical and Quantum Mechanics (Springer)
を挙げておきます.

【講義の目的】 この講義の目的は, カオス系の量子力学を半古典的に記述する Selberg の跡公式を導出することです.

カオス系の量子力学は, 跡公式（trace formula）によって, 古典力学の言葉で記述されることが知られています. その簡単な例が, 双曲面の幾何学によって実現されます.

双曲面上の自由粒子の量子力学的エネルギー準位は, Laplace-Beltrami 演算子の固有値によって与えられます. この講義では, 固有値の密度関数が, 自由粒子の古典的な周期軌道についての和（Selberg の跡公式）の形に表されることを示します. さらに, Laplace-Beltrami 演算子の固有値を非自明なゼロ点としてもつ Selberg のゼータ関数を導入します.

【講義予定】 詳しい講義予定は, 第１回目の講義の際に説明します.

【キーワード】 双曲幾何, Laplace-Beltrami 演算子, Modular 群, 跡公式

【履修に必要な知識】 微分積分学, 線形代数学の基本的事項. 双曲幾何の基礎知識（本講義の「その１」で扱われます）.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】

担当教員連絡先	nagao@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	３年	レベル	１	計６単位	専門科目・選択

【科目名】 数理科学展望Ｉ　その３

【担当者】 土屋 昭博

【成績評価方法】 講義中に出題するレポートで判断する．出席状況も考慮に入れる

【教科書および参考書】 教科書は使わない．
参考書：服部 晶夫，多様体のトポロジー（岩波書店）

【講義の目的】 私の担当分は, 幾何学です．特に図形の大局的性質を調べることを目的とする位相幾何学について述べる．いくつかの簡単な典型的な例を使ってその真髄を伝 えたいと考えている．

【講義予定】 題：点の個数を符号付きで数えよう
数学においては, 点を数えることが多い．例えばｎ次式の解を求めることは数学の基本であるが, これは難しい問題である．しかし, 複素数で考え重複度まで 考慮すると, ｎ次方程式は丁度ｎ個の解を持ち, 解の個数は係数によらない．平面内の２つの単純閉曲線は複雑な交わり方をするが, 閉曲線に向きをつけ, 交 わりを符号付きで考えると, その交わりは零をなる．電磁気学においても, 空間の原点に単位電荷をおくと, その回りに電場が発生するが, 電荷を囲む閉曲面 を考え, そこから閉曲面に沿って出ていく電場の総和を考えると, 閉曲面の取り方によらず一定である．このように符号付きで点の個数を考えると, 物の本質 が極めて鮮明に浮かび上がることがある．講義では, このような典型的な例をいくつかの観点から取り上げる．また, それがどのような基本原理から生じるか について, 簡単に説明する．

【キーワード】 交点数, 写像度, 不動点定理, ホモロジー群

【履修に必要な知識】 ２年のベクトル解析
３年前期までの科目, 特に３年前期の幾何学要論

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 各講義は時間通りに始める．講義は導入部分が大事である．遅刻しないこと．

担当教員連絡先	tsuchiya@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	３年	レベル	１	６単位	専門科目・選択

【科目名】 代数学要論 II
環と多項式

【担当者】 吉田 健一

【成績評価方法】 中間試験 (小テストも含む) と定期試験の結果で判断する. 詳しい説明を第一回講義の最初にするので, 必ず出席すること.

【教科書および参考書】 教科書は使わない. 参考書として
永田雅宣・吉田憲一共著, 代数学入門（培風館）
松坂和夫, 代数系入門（岩波書店）
酒井文雄, 環と体の理論（共立出版）,
などをあげておく. 他については講義の際に適宜紹介する.

【講義の目的】 講義の題材は環 (主として可換な環) と多項式である.

第１部は整数のなす環をモデルにして, 初等整数論 (ユークリッドの互除法, 中国の剰余定理など) を通じて, 環とイデアルの基礎概念 (環の準同型定理, 剰余環のイデアル) のきちんとした習得を目指す. ２年次の代数学序論 (群論), ３年前期の代数学要論 I(群と線型代数学) の考え方とパラレルな面が多くみられるはず.

第２部では多項式環を扱い, ３次方程式の解法, 多項式の既約性などを学習した後, 一変数と多変数の違いに注意しつつ, 多項式環の性質 (一意分解整域など) の理解の習得を目指す. 発展として, 代数幾何の初歩的な考え方にも触れる. ここでの内容はガロア理論, 代数幾何学に直接役立つだろう.

第３部ではネーター性と加群を扱う. ホモロジー代数の基本, もしくは, 多項式環のネーター性 (Hilbert の基底定理) などを講義する予定である. 余裕があれば, グレーブナー基底の入門などにも触れるかもしれない. 内容は少し流動的.

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は第一回目の講義で配布する.

【キーワード】 環, イデアル, 整域, 体, 中国の剰余定理, ３, ４次方程式, 多項式環, 既約多項式, PID(単項イデアル整域), UFD(一意分解整域), ヒルベルト基底定理, ネーター性, グレブナー基底入門

【履修に必要な知識】 代数学序論 (２年後期), 代数学要論 I(３年前期) を履修している事が望ましいが, 可能な限り講義の中で復習は行う.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 講義は午前８：４５から始め, 約１時間半を考えている. 遅刻しないように！　後半は演習 (小テストをする場合もあり) と質問の時間とする予定.

担当教員連絡先	yoshida@math.nagoya-u.ac.jp, 理１号館２階２０１号室

２００４年度後期	対象学年	３年	レベル	１	６単位	専門科目・選択

【科目名】 幾何学要論 II
基本群と被覆空間

【担当者】 太田 啓史

【成績評価方法】 主に期末試験の結果によるが, レポート, 中間試験の結果を加味する.

【教科書および参考書】 参考書として
[1] シンガー・ソープ, 「トポロジーと幾何学入門」, (培風館).（この講義 に直接関係することにとどまらず, 多様体やホモロジー群などの入門にもなり, 現代幾何学の格好の入門書. 一読に値する.）
[2] 小島定吉, 「トポロジー入門」（共立）（基本群, 被覆空間, ホモロジー などトポロジーの基本的なことがらが丁寧に解説されていて読み易いと思う.)
などをあげておく. 少なくともどれか一冊は購入して読んでみて欲しい.

【講義の目的】 コア・カリキュラムによれば,（主にユークリッド空間内の）微分形式とその 積分が主たる講義内容となっているが, これについては現３年生は２年後期のベクトル解析で既に一通り学習済みのようで, 更にそれを発展させた多様体は 4 年前期に学ぶこと になっている. そこで思案の結果, 基本群と被覆空間について学ぶ. 空間を大域的に理解するために, しばしば空間に対し群など代数的な対象を付 随して対応させ, その代数的性質から空間の幾何学的性質を理解することがおこなわれる. ここではその一例として基本群を扱い、これによって空間の性質を調べ, また 被覆空間と基本群との美しい関係を学ぶ.

【講義予定】 空間あるいはその間の写像を調べるといっても, まず第一にどういう立場でそ れらを理解するかというその立脚点を明らかにする必要がある. ここではまず, ホモトピーという概念を学ぶ. これは非常にゆるやかで荒い考え方ではあるが, それゆえに自由さがある. 次に, 空間に対して基本群と呼ばれる群を定義し, その色々な性質や計算方法 について述べる. 最後に, 基本群を用いて被覆空間を分類する. これは幾何学的な対象である被 覆空間を代数的な対象である基本群によって完全に記述する美しく深い定理であり, 後に代数の授業で学ぶであろう体の拡大とガロア群との関係を述べるガロア理論と構造的類似がある. 必要に応じて講義内で適宜位相空間論の復習を行う. 具体的には,
(1) ホモトピー.
(2) 基本群.
(3) 被覆空間.
(4) 基本群と被覆空間との関係.
を予定している.

【キーワード】 位相空間, 連続写像, ホモトピー, 基本群, 被覆空間.

【履修に必要な知識】 特に集合と位相, 群に関する基本事項, および微分積分学, 線形代数学, 複素関数論を習得していることが望ましい. 可能な限り適宜講義内で復習する.

【他学科学生の聴講】 歓迎しますが, 講義はあくまで数理学科３年前期までの内容をある程度習得していることを前提として行います.

【履修の際のアドバイス】 遅刻厳禁. 講義内で演習もやるのでその際なども利用して, 質問等歓迎します.

担当教員連絡先	ohta@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	３年	レベル	１	６単位	専門科目・選択

【科目名】 解析学要論 III
関数解析とその応用

【担当者】 三宅 正武

【成績評価方法】 基本的には中間試験, 定期試験の成績によるが, 場合によってはレポートの提出状況なども考慮する.

【教科書および参考書】
教科書：教科書は使用しない.
参考書：関数解析　黒田成俊著　関数解析（共立出版）

【講義の目的】関数のなす集合は無限次元ベクトル空間をなす. この様な集合に目的に応じた様々な位相を導入（関数空間を設定）することにより, 微分方程式や積分方程式などの解析学の問題を解決しようとするのが関数解析学である. この講義では, そのような関数解析の基礎を勉強し, 種々の応用を通してその有用性を学ぶ. ただし, この講義では, 線形汎関数と共役空間, 線形写像のスペクトル理論などについては触れる予定はない.

【講義予定】以下は, 講義で触れる予定の項目である.
0　微分方程式と縮小写像の原理
1　種々の線形空間（バナッハ空間, ヒルベルト空間, フレッシェ空間）
2　種々の関数空間
3　有界線形写像とノルム
4　縮小写像と不動点定理, 微分方程式への応用
5　ヒルベルト空間と完全正規直交系
6　フーリエ級数とその収束問題
7　フーリエ級数と偏微分方程式への応用
8　急減少関数とフーリエ変換
9　フーリエ変換とプランシュレルの定理
詳しい内容は初回の講義（１０月５日）の際に資料を配付する.

【キーワード】 Banach 空間・Hilbert 空間, フレッシェ空間, 縮小写像, 不動点定理, 完全正規直交系, Fourier 級数, Fourier 変換

【履修に必要な知識】ルベーグ積分の知識があると理解が深まる.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】

担当教員連絡先	mmiyake@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	３年	レベル	１	６単位	専門科目・選択

【科目名】 現代数学研究

【担当者】 菅野 浩明, 藤野　修

【成績評価方法】 学期末に行うポスター発表により評価する．詳しい説明とグループ分けを第一回の講義（説明会）で行うので，必ず出席すること．

【教科書および参考書】 教科書は使わない.「グループ学習」のためのテキストの例を説明会までに配布するが，必ずしもこれにとらわれる必要はない.

【講義の目的】 これまでガイダンスの際などに繰り返し聞いてきたと思いますが、数理学科の教育の目的の一つは「自ら調べ、自ら考え、自ら発見していく自立的な人間を育てる」ことです．このような観点から，この講義では皆さんがこれまで経験してきた数理学科の講義・演習とは異なるアプローチをとります．すなわち「グループ学習」を通して「自分達の力で新しいことを学ぶ」ことを主な目的とします．また，そのようにして学んだことを「ポスター発表」により人に分かりやすく伝える工夫をしてもらいます．このような経験を積むことは，これまで皆さんが学んできた知識を生きたものとし，今後，数理科学の専門家として社会で活躍するために重要な意味を持つと考えます.

最初に行うことは，共通の興味（目的）をもつ学習・研究のグループを作ることです．そして，目的達成のために自分達で計画を立て，それを実行してゆきます．活動の典型的なものは「みんなでテキストを読み，問題を発見し，それを解決していく」ことです．担当教員は，次のような形で，これをサポートしていきます．まず，説明会までに定評のあるテキストの例を多数，提示します．また，学生だけではどうしても解決できない問題が出てきた場合には，助言を行います．ただし，問題解決のために受け身の姿勢でいることはよくありません．例えば Cafe David に行って，先輩の大学院生に聞いてみるのも一つの方法です．皆さんの積極的な姿勢を期待しています.

【講義予定】 講義予定は説明会で配布する.

【キーワード】 グループ学習，ポスター発表

【履修に必要な知識】 特になし.

【他学科学生の聴講】 講義担当者に相談して下さい.

【履修の際のアドバイス】 自主的な学習の姿勢が最も重要である.

担当教員連絡先	kanno@math.nagoya-u.ac.jp，fujino@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	４年	レベル	2	２単位	専門科目・選択

【科目名】 代数学 II
表現論の基礎固め

【担当者】 落合 啓之

【成績評価方法】 出席とノートまたはレポート.

【教科書および参考書】 教科書は用いない. 参考書は講義中に挙げる.

【講義の目的】 「表現論」の入門講義. 基本的用語, 考え方, 例を解説する.

【講義予定】 第一回目の講義で講義全体の俯瞰を与える. 予定は以下の通り.

1. overview
2. 群
3. 表現
4. 作用
5. 部分表現
6. 商表現
7. テンソル積
8. intertwiner
9. 指標
10. 直交関係
11. topics(時間が余れば)

講義の進行状況は `http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~ochiai/` で公開する.

【キーワード】 「講義予定」の項目を参照.

【履修に必要な知識】 「レベル１の数学」および「レベル２のノートを取る能力」.（既に持ち合わせていなくても講義の進度に合わせて習得する予定で構わない.）

【他学科学生の聴講】 受講者数が許す限り歓迎します. また, 意欲があれば３年生以下でも受講して構いません. 講義担当者（落合）に相談して下さい.

【履修の際のアドバイス】 講義中・講義外での質問を歓迎します.

担当教員連絡先	`ochiai@math.nagoya-u.ac.jp`, 理学部１号館５階 504 号室

２００４年度後期	対象学年	４年	レベル	2	２単位	専門科目・選択

【科目名】 幾何学 II
リーマン多様体の曲率とトポロジー

【担当者】 金井 雅彦

【成績評価方法】 学期を通じて数回，レポート提出を要求する．この他に，中間試験と期末試験を課し，それらの総合で成績を決定する．

【教科書および参考書】 教科書は使わない．講義を通じ参考文献を紹介する予定である．

【講義の目的】 **リーマン多様体**に対し，そのリーマン計量が定める局所不変量としての種々の**曲率**と，その多様体の大域的不変量としての**位相不変量**の間に存在する関係を学ぶこと，これがこの講義の主題である．その学習を通じ，微分幾何学における最も基本的概念であるところの曲率に対する理解を得るとともに，基本群，コホモロジーといった位相不変量に関する基礎的な知識を習得することを目的とする．

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は第一回目の講義で配布する．

【キーワード】 リーマン多様体，断面曲率，リッチ曲率，スカラー曲率，基本群，コホモロジー群，オイラー数，特性類

【履修に必要な知識】 微分多様体に関する基本的な知識を有していることを期待する．

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】

担当教員連絡先	kanai@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	４年	レベル	2	２単位	専門科目・選択

【科目名】 解析学 II
楕円関数とリーマン面

【担当者】 梅村 浩

【成績評価方法】 レポートの評価による.

【教科書および参考書】 教科書は使わない. 参考書として
A. フルヴィッツ, R. クーラント, 楕円関数論 （シュプリンガー・東京）.
梅村 浩, 楕円関数論, （東大出版）.
D. Mumford, Tata lectures on theta I, (Birkhäuser).
をあげておく.

【講義の目的】 この講義の中心になるのは楕円関数論である. そのために必要なリーマン面についての基本的なことがらを先ず学ぶ. 楕円関数論は１８世紀から１９世紀にかけて数学の核となる主題の一つとして発展した. 当時の多くの大数学者がその発展に寄与した.

楕円関数論は古典理論である. 古典であるということは古くなった理論であることを意味するのではない. およそ古典と呼ばれるものは本質的に普遍的な要素を含んでおり, 時代を越えて生き続ける. 楕円関数論もその例であり, 現代数学において重要な役割を演じている.

当時の最新理論も現代の関数論, 幾何学, 代数学の基礎知識を活用すれば理解するのは難しくない.

この講義ではリーマン面と楕円関数論について, できる限り平易に解説する.

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は第一回目の講義で配布する.

【キーワード】 リーマン面, 複素トーラス, 楕円曲線, 楕円テーター関数, 楕円関数, リーマン関係式, 関数等式, ヤコビの微分公式, ヤコビの３重積公式, Modular 形式

【履修に必要な知識】 関数論の基礎知識, 多様体論の基礎

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 講義の復習をすること. 講義に遅刻しないこと. 欠席しないこと.

担当教員連絡先	umemura@math.nagoya-u.ac.jp

２００4年度後期	対象学年	４年	レベル	2	２単位	専門科目・選択

【科目名】 確率論 I
極限定理と確率過程の入門

【担当者】 青本 和彦

【成績評価方法】期末に提出するレポートによる

【教科書および参考書】 教科書は使わない．参考書として
W. フェラー，確率論とその応用,I(上下), II(上下) (紀伊国屋書店,1960)，
西尾真喜子，確率論 (実教出版,1978)，
河田龍夫， フーリエ解析と確率論入門 (日本評論社,1971),
J.W.Lamperti, Probability -A Survey of the Mathematical Theory (Wiley, 1996)
をあげておく.

【講義の目的】 まず, 組み合わせ論などを用いて, いくつかの基本的な例で実際に確率, 期待値, 分散などを計算し, 確率論に親しんでもらう．次に, 標本空間, 確率測度 (分布), 確率変数を導入し, 大数の法則, 中心極限定理を離散的な場合, 一般の場合に分けて証明する．条件つき確率, マルチンゲールを説明し, 関連して, ランダム・ウオーク, 遷移確率, マルコフ連鎖 (過程) などについての基本的な問題を扱う．最後に, チャップマン・コルモゴロフの方程式, ブラウン運動などについても時間があれば言及する.

確率論には多くの顔がある．まず, 場合を数えるという意味で組み合わせ論の考えを利用する．他方, 確率論は多数の標本を取り扱うので, 個数無限の極限を考察する．そこでは, ルベーグ積分などの基礎を必要とする．また, 母関数や特性関数など実関数あるいは複素関数とも関連がある．また統計物理, 数理統計などへの応用の基礎にもなる．そのような接点にも触れてもらえればよい.

微分積分学やルベーグ積分論が確率論の極限定理に深く関わっていること, 確率変数の番号づけの連続極限が時間に移行することなど解析学の一面を理解してもらいたい.

【講義予定】 毎回, 次週講義要綱を配布.

【キーワード】スターリングの公式, 標本空間, 確率 (測度), 確率変数, 確率分布, ルベーグ・スチェルチェス積分, 平均, 分散, モーメント, 概収束, 確率収束, 法則収束, 大数の (強, 弱) 法則, 特性関数, 中心極限定理, 条件確率, ランダム・ウオーク, マルコフ連鎖 (過程)

【履修に必要な知識】 微分積分 (特に, ガウス積分, ガンマ関数), 初等組み合わせ論, 初等関数論, ルベーグ積分, フーリエ解析の基礎

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 約１時間半の講義中に何かひとつ掴んでもらえればよい.

担当教員連絡先	email: `kazuhiko@aba.ne.jp`　　tel: 052(801)8307

２００４年度後期	対象学年	４年	レベル	2	２単位	専門科目・選択

【科目名】 数理物理学 III
電磁気学と場の理論

【担当者】 永尾 太郎

【成績評価方法】 レポートの結果により判断します.

【教科書および参考書】 教科書は指定しません. 参考書としては,
川村 清, 電磁気学 （岩波書店）
高橋 康, 古典場から量子場への道（講談社）
を挙げておきます.

【講義の目的】 この講義の目的は, 電磁場の基礎方程式である Maxwell 方程式から出発して, 光とは何であるかを知ることと, さらに, 電磁場の量子化を行って, 量子化された光である光子（photon）の概念を理解することです.

【講義予定】 詳しい講義予定は、第１回目の講義の際に説明します. おおむね, 以下の順序で進める予定です.

1. ベクトル解析
2. Maxwell 方程式
3. 電磁波
4. 調和振動子の量子力学
5. 電磁場の量子化

【キーワード】 Maxwell 方程式, 電磁波, 調和振動子, 光子

【履修に必要な知識】 微分積分学, 線形代数学の基本事項. 「数理物理学 I」履修者程度の物理学の知識.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】

担当教員連絡先	`nagao@math.nagoya-u.ac.jp`

２００４年度後期	対象学年	４年	レベル	2	２単位	専門科目・選択

【科目名】 応用数理 I
Methods in Applied Mathematics

【担当者】 木村 芳文 (Yoshi Kimura)

【成績評価方法】(The evaluation method)

Several different types of report problems will be assigned during the course. You can pick up some of them and turn in your report by the deadline. The detail will be shown in the course.

【教科書および参考書】 (The textbooks and references)

Although the following text books are raised with which I will provide lectures along, perhaps you don't have to purchase them. I'll always assume that you don't have them in hand.

Introduction to Hilbert Spaces with Applications, L. Debnath & P. Mikusiński, Academic Press.

Nonlinear Systems, Cambridge Texts in Applied Mathematics, P.G. Drazin, Cambridge University Press.

【講義の目的】(The purpose of the course)

This course is designed to be one of the English courses which the Graduate School of Mathematics will provide for the graduate and undergraduate students not only from foreign countries but also domestic students who have strong intension to study abroad or to communicate foreign scientists in English. All course activities including lectures, homework assignments, questions and consultations are given in English.

The purpose of this course is two-fold. One is from the theoretical side, and I chose the study of linear operators in Hilbert spaces with applications particularly in quantum mechanics in mind. The other is from the computational side, and I decided to lecture on the various aspects of nonlinear systems, such as bifurcations, chaos and fractals. My intension is to overlook the basic methodology in applied mathematics by combining the tools from the theory and computer analysis.

【講義予定】(The plan of the course)

Of course, you notice a big gap between the above two methodologies and aspects. How to solve the gap, I just don't know at this moment. The solution of the gap as well as how to manage the course largely depends on your mathematical background and experiences. No matter what they are, I would like to devise the combination and the presentation of the materials so that you can feel some mathematical or computational strengths in yourself after the course is finished. I would like to discuss how to managed the course with you on the first day of the lecture.

【キーワード】 (Key words)

Functional Analysis, Fourier Analysis, Normal operators, Hilbert Spaces, Quantum mechanics, Nonlinear systems, Bifurcations, Chaos, Fractals

【履修に必要な知識】(Required knowlege)

Knowledge and experience in the computer programming (with C or Fortran) are preferred but not required. If you can make programs for a given dynamical system or a partial differential equation, you can easily grab the reality of the relating theory. So if you are not familiar with computer programming, why don't you think of taking this course as an opportunity to commence your study.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】(Additional advice)

The course starts at 8:45AM on Friday, October 8th.

担当教員連絡先	`kimura@math.nagoya-u.ac.jp`

２００４年度後期	対象学年	４年	レベル	2	３単位	専門科目・選択

【科目名】 数理解析・計算機数学 II
数値解析・計算機科学の入門

【担当者】 内藤 久資, Jacques Garrigue, 久保 仁, 笹原 康浩

【成績評価方法】 講義中に指示するレポートをもとに評価する．詳しい説明を第１回講義に行うので必ず出席すること．

【教科書および参考書】 教科書は特に指定しない．参考書は講義中に適宜紹介する．

【講義の目的】 数値解析および計算機科学の入門的な内容を紹介し, それらの中でこれまでに学習した数学がどのように使われているかを理解することを目標とする．

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は第１回目の講義で配布する．

講義は内藤が前半の数回を, Garrigue が後半の数回を担当する．実習は内藤・Garrigue・久保・笹原の４名で担当する．

内藤の担当分は浮動小数点演算の基本的な性質から始め, 数値計算の一つの例である数値積分を解説する．

Garrigue の担当分はネットワークプログラミングの基礎を教えて，並行計算による計算量の分散への応用へと進む.

また, 前期と同様にプログラミング実習を行う．

【キーワード】 浮動小数点演算, 数値計算, 計算機科学，並行計算.

【履修に必要な知識】 前期の「数理解析・計算機数学１」の講義内容, 大学初年度程度の微積分.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 いわゆる「純粋数学」とは異る数学を意欲的に理解して欲しい.

担当教員連絡先	computer_lecture@math.nagoya-u.ac.jp

多元数理科学研究科

応用数理特論 III についての注意

この科目は情報科学研究科の講義「計算数理特論」と同じ内容で、講義は情報科学研究科で行われます.

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	2	２単位	A 類 I（基礎科目）

【科目名】 代数学概論 II
表現論の基礎固め

【担当者】 落合 啓之

【成績評価方法】 出席とノートまたはレポート.

【教科書および参考書】 教科書は用いない. 参考書は講義中に挙げる.

【講義の目的】 「表現論」の入門講義. 基本的用語, 考え方, 例を解説する.

【講義予定】 第一回目の講義で講義全体の俯瞰を与える. 予定は以下の通り.

1. overview
2. 群
3. 表現
4. 作用
5. 部分表現
6. 商表現
7. テンソル積
8. intertwiner
9. 指標
10. 直交関係
11. topics(時間が余れば)

講義の進行状況は `http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~ochiai/` で公開する.

【キーワード】 「講義予定」の項目を参照.

【履修に必要な知識】 「レベル１の数学」および「レベル２のノートを取る能力」. （既に持ち合わせていなくても講義の進度に合わせて習得する予定で構わない. ）

【他学科学生の聴講】 受講者数が許す限り歓迎します. また, 意欲があれば３年生以下でも受講して構いません. 講義担当者（落合）に相談して下さい.

【履修の際のアドバイス】 講義中・講義外での質問を歓迎します.

担当教員連絡先	`ochiai@math.nagoya-u.ac.jp`, 理学部１号館５階 504 号室

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	2	２単位	A 類 I（基礎科目）

【科目名】 幾何学概論 II
リーマン多様体の曲率とトポロジー

【担当者】 金井 雅彦

【成績評価方法】 学期を通じて数回，レポート提出を要求する．この他に，中間試験と期末試験を課し，それらの総合で成績を決定する．

【教科書および参考書】 教科書は使わない．講義を通じ参考文献を紹介する予定である．

【講義の目的】 リーマン多様体に対し，そのリーマン計量が定める局所不変量としての種々の**曲率**と，その多様体の大域的不変量としての**位相不変量**の間に存在する関係を学ぶこと，これがこの講義の主題である．その学習を通じ，微分幾何学における最も基本的概念であるところの曲率に対する理解を得るとともに，基本群，コホモロジーといった位相不変量に関する基礎的な知識を習得することを目的とする．

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は第一回目の講義で配布する．

【キーワード】 リーマン多様体，断面曲率，リッチ曲率，スカラー曲率，基本群，コホモロジー群，オイラー数，特性類

【履修に必要な知識】 微分多様体に関する基本的な知識を有していることを期待する．

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】

担当教員連絡先	kanai@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	2	２単位	A 類 I（基礎科目）

【科目名】 解析学概論 II
楕円関数とリーマン面

【担当者】 梅村 浩

【成績評価方法】 レポートの評価による.

【教科書および参考書】 教科書は使わない. 参考書として
A. フルヴィッツ, R. クーラント, 楕円関数論 （シュプリンガー・東京）.
梅村 浩, 楕円関数論, （東大出版）.
D. Mumford, Tata lectures on theta I, (Birkhäuser).
をあげておく.

【講義の目的】 この講義の中心になるのは楕円関数論である. そのために必要なリーマン面についての基本的なことがらを先ず学ぶ. 楕円関数論は１８世紀から１１９世紀にかけて数学の核となる主題の一つとして発展した. 当時の多くの大数学者がその発展に寄与した.

楕円関数論は古典理論である. 古典であるということは古くなった理論であることを意味するのではない. およそ古典と呼ばれるものは本質的に普遍的な要素を含んでおり, 時代を越えて生き続ける. 楕円関数論もその例であり, 現代数学において重要な役割を演じている.

当時の最新理論も現代の関数論, 幾何学, 代数学の基礎知識を活用すれば理解するのは難しくない.

この講義ではリーマン面と楕円関数論について, できる限り平易に解説する.

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は第一回目の講義で配布する.

【キーワード】 リーマン面, 複素トーラス, 楕円曲線, 楕円テーター関数, 楕円関数, リーマン関係式, 関数等式, ヤコビの微分公式, ヤコビの３重積公式, Modular 形式

【履修に必要な知識】 関数論の基礎知識, 多様体論の基礎

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 講義の復習をすること. 講義に遅刻しないこと. 欠席しないこと.

担当教員連絡先	umemura@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	2	２単位	A 類 I（基礎科目）

【科目名】 確率論概論 I
極限定理と確率過程の入門

【担当者】 青本 和彦

【成績評価方法】期末に提出するレポートによる

【教科書および参考書】 教科書は使わない．参考書として
W. フェラー，確率論とその応用,I(上下), II(上下) (紀伊国屋書店,1960)，
西尾真喜子，確率論 (実教出版,1978)，
河田龍夫， フーリエ解析と確率論入門 (日本評論社,1971),
J.W.Lamperti, Probability -A Survey of the Mathematical Theory (Wiley, 1996)
をあげておく．

【講義の目的】 まず, 組み合わせ論などを用いて, いくつかの基本的な例で実際に確率, 期待値, 分散などを計算し, 確率論に親しんでもらう．次に, 標本空間, 確率測度 (分布), 確率変数を導入し, 大数の法則, 中心極限定理を離散的な場合, 一般の場合に分けて証明する．条件つき確率, マルチンゲールを説明し, 関連して, ランダム・ウオーク, 遷移確率, マルコフ連鎖 (過程) などについての基本的な問題を扱う．最後に, チャップマン・コルモゴロフの方程式， ブラウン運動などについても時間があれば言及する．

確率論には多くの顔がある．まず, 場合を数えるという意味で組み合わせ論の考えを利用する．他方, 確率論は多数の標本を取り扱うので, 個数無限の極限を考察する．そこでは, ルベーグ積分などの基礎を必要とする．また, 母関数や特性関数など実関数あるいは複素関数とも関連がある．また統計物理, 数理統計などへの応用の基礎にもなる．そのような接点にも触れてもらえればよい．

微分積分学やルベーグ積分論が確率論の極限定理に深く関わっていること, 確率変数の番号づけの連続極限が時間に移行することなど解析学の一面を理解してもらいたい．

【講義予定】 毎回, 次週講義要綱を配布．

【キーワード】スターリングの公式, 標本空間, 確率 (測度), 確率変数, 確率分布, ルベーグ・スチェルチェス積分, 平均, 分散, モーメント, 概収束, 確率収束, 法則収束, 大数の (強, 弱) 法則, 特性関数, 中心極限定理, 条件確率, ランダム・ウオーク, マルコフ連鎖 (過程)

【履修に必要な知識】 微分積分 (特に, ガウス積分, ガンマ関数), 初等組み合わせ論, 初等関数論, ルベーグ積分, フーリエ解析の基礎

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 約１時間半の講義中に何かひとつ掴んでもらえればよい．

担当教員連絡先	e-mail: `kazuhiko@aba.ne.jp` tel: 052(801)8307

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	2	２単位	A 類 I（基礎科目）

【科目名】 数理物理学概論 III
電磁気学と場の理論

【担当者】 永尾 太郎

【成績評価方法】 レポートの結果により判断します.

【教科書および参考書】 教科書は指定しません. 参考書としては,
川村 清, 電磁気学 （岩波書店）
高橋 康, 古典場から量子場への道（講談社）
を挙げておきます.

【講義の目的】 この講義の目的は, 電磁場の基礎方程式である Maxwell 方程式から出発して, 光とは何であるかを知ることと, さらに, 電磁場の量子化を行って, 量子化された光である光子（photon）の概念を理解することです.

【講義予定】 詳しい講義予定は、第１回目の講義の際に説明します. おおむね, 以下の順序で進める予定です.

1. ベクトル解析
2. Maxwell 方程式
3. 電磁波
4. 調和振動子の量子力学
5. 電磁場の量子化

【キーワード】 Maxwell 方程式, 電磁波, 調和振動子, 光子

【履修に必要な知識】 微分積分学, 線形代数学の基本事項. 「数理物理学 I」履修者程度の物理学の知識.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】

担当教員連絡先	nagao@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	2	２単位	A 類 I（基礎科目）

【科目名】 応用数理概論 I
Methods in Applied Mathematics

【担当者】 木村 芳文 (Yoshi Kimura)

【成績評価方法】(The evaluation method)

Several different types of report problems will be assigned during the course. You can pick up some of them and turn in your report by the deadline. The detail will be shown in the course.

【教科書および参考書】(The textbooks and references)

Although the following text books are raised with which I will provide lectures along, perhaps you don't have to purchase them. I'll always assume that you don't have them in hand.

Introduction to Hilbert Spaces with Applications, L. Debnath & P. Mikusiński, Academic Press.

Nonlinear Systems, Cambridge Texts in Applied Mathematics, P.G. Drazin, Cambridge University Press.

【講義の目的】(The purpose of the course)

This course is designed to be one of the English courses which the Graduate School of Mathematics will provide for the graduate and undergraduate students not only from foreign countries but also domestic students who have strong intension to study abroad or to communicate foreign scientists in English. All course activities including lectures, homework assignments, questions and consultations are given in English.

The purpose of this course is two-fold. One is from the theoretical side, and I chose the study of linear operators in Hilbert spaces with applications particularly in quantum mechanics in mind. The other is from the computational side, and I decided to lecture on the various aspects of nonlinear systems, such as bifurcations, chaos and fractals. My intension is to overlook the basic methodology in applied mathematics by combining the tools from the theory and computer analysis.

【講義予定】(The plan of the course)

Of course, you notice a big gap between the above two methodologies and aspects. How to solve the gap, I just don't know at this moment. The solution of the gap as well as how to manage the course largely depends on your mathematical background and experiences. No matter what they are, I would like to devise the combination and the presentation of the materials so that you can feel some mathematical or computational strengths in yourself after the course is finished. I would like to discuss how to managed the course with you on the first day of the lecture.

【キーワード】 (Key words)

Functional Analysis, Fourier Analysis, Normal operators, Hilbert Spaces, Quantum mechanics, Nonlinear systems, Bifurcations, Chaos, Fractals

【履修に必要な知識】(Required knowlege)

Knowledge and experience in the computer programming (with C or Fortran) are preferred but not required. If you can make programs for a given dynamical system or a partial differential equation, you can easily grab the reality of the relating theory. So if you are not familiar with computer programming, why don't you think of taking this course as an opportunity to commence your study.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】(Additional advice)

The course starts at 8:45AM on Friday, October 8th.

担当教員連絡先	kimura@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	2	２単位	A 類 I（基礎科目）

【科目名】 数理解析・計算機数学概論 II
数値解析・計算機科学の入門

【担当者】 内藤 久資, Jacques Garrigue, 久保 仁, 笹原 康浩

【成績評価方法】 講義中に指示するレポートをもとに評価する. 詳しい説明を第１回講義に行うので必ず出席すること.

【教科書および参考書】 教科書は特に指定しない. 参考書は講義中に適宜紹介する.

【講義の目的】 数値解析および計算機科学の入門的な内容を紹介し, それらの中でこれまでに学習した数学がどのように使われているかを理解することを目標とする.

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は第１回目の講義で配布する.

講義は内藤が前半の数回を, Garrigue が後半の数回を担当する. 実習は内藤・Garrigue・久保・笹原の４名で担当する.

内藤の担当分は浮動小数点演算の基本的な性質から始め, 数値計算の一つの例である数値積分を解説する.

Garrigue の担当分はネットワークプログラミングの基礎を教えて，並行計算による計算量の分散への応用へと進む.

また, 前期と同様にプログラミング実習を行う.

【キーワード】 浮動小数点演算, 数値計算, 計算機科学，並行計算.

【履修に必要な知識】 前期の「数理解析・計算機数学１」の講義内容, 大学初年度程度の微積分.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 いわゆる「純粋数学」とは異る数学を意欲的に理解して欲しい.

担当教員連絡先	computer_lecture@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	3	２単位	A 類 II（専門科目）

【科目名】 認知構造数理学
自然と脳を理解するための数学の役割について

【担当者】 長谷川 勝夫

【成績評価方法】 中間試験と定期試験の結果及び講義中の対話で総合的に判断する．
出席率も参考にする予定であるが, 詳しい説明を第一回講義の最初にするので, 必ず出席すること．

【教科書および参考書】 教科書は使わないが興味を広げる手助けをする．参考書として Schrödinger's Kittens and the Search for Reality(J.Gribbin), Heizenberg Probably Slept Here(R.Brennan), 二十世紀数学思想 (佐々木 力) の三つを挙げておく．

【講義の目的】 講義の題材は自然の中にある諸々の謎である．この講義の主目的は, 自然を数学的に理解するとはどういうことかについて学習することである．学習する自分自身も自然に含まれるから, これは自分自身を理解するとはどういうことかも含んでいる．つまり, アインシュタインが何に悩んだのか, どうしたら数学的思考ができるのか, デカルトが見落としたものと云った疑問に挑戦するユニークな内容の講義をする．

何を基準にして自分の興味を特定の分野に絞り込んで行こうとするのか．その興味が持続するという保証はあるのだろうか．数学や物理の学生ならアインシュタインの業績を知らぬものはいないが, ニュートンと同じく自然の法則性に数学的思考で挑戦した結果, 相対論に到達したのである．何を根拠にどう考えたのかを辿る．

体験する事実には謎と感じることが多い．我々は誰もが等しくなぜだろうと思う特権を持っている．その理由を探ると意外な事実に出会うことになる．今までに誰も見たことのない微小な粒子の存在や, 現象の深い原因を推理して予言するためには精緻な筋道の通った考え方がなければならない．わが国の自然科学に対する取り組みは西洋と比べると明らかに立ち後れていたが数学的思想に関しては精鋭が輩出している．体験より思考重視型の特徴である．しかし, これからの時代はより幅の広い思考も必要である．その思考形式を知れば何を研究するにも役に立つ．

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は各回毎に講義に先立って配布する．

【キーワード】 Lagrange 方程式, 運動方程式, 変分法, 素粒子物理学, 確率論, 組み合わせ論, 観測論, Minkowski 空間, Borel 空間, エントロピー

【履修に必要な知識】 実数の連続の概念をしっかりと理解していることくらいで, 欲を云えば明確な対話を目指した意欲を感じられること, つまり, ぼんやりしていない良い意味での緊張感を持っているのが望ましい．

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 適宜不意の質問をして覚醒の手伝いをするつもりだが, 何らかの意欲が鍵となる筈．

担当教員連絡先	hasegawa@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	3	２単位	A 類 II（専門科目）

【科目名】 幾何学特論 II
Ricci Flow と幾何化予想

【担当者】 小林 亮一

【成績評価方法】 レポートで成績を評価する.

【教科書および参考書】
文献をあげておく.
1) H.D.Cao, B.Chow, S.C.Chu, S.T.Yau (eds.), "Collected Papers on Ricci Flow", Series in Geometry and Topology 37, International Press.
これは, Perelman 出現以前の Ricci flow に関する重要論文を集めた論文集. 著者による書き直しや編者による脚注などによって読みやすくなっている. 幾何化予想への Hamilton program を勉強するのに良い.
2) G. Perelman, "The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications", arXiv:math.DG/0211159.
これは, Ricci flow の幾何学に新しいアイディアを導入して Hamilton program に横たわっていた難関を突破した重要な論文である. この論文で出されたアイディアを解説するのが本講義の最終目標である.
3) 関連論文, 解題が集められている web site として
http://www.math.lsa.umich.edu/research/ricciflow/perelman.html
がある.

【講義の目的】
この講義の目的は, Ricci flow のアイディアによる 2 次元 (resp. 3 次元) 閉多様体の一意化 (resp. 幾何化) の「研究の現場」をかいま見ることである (Ricci flow というのはどういうアイディアなのか, Hamilton program に横たわっていた難関とは何なのか, それを突破するアイディアとは何か).

【講義予定】
1) 曲面上の Ricci flow と一意化 (証明の概略つき).
2) 幾何化予想への Hamilton program (概略のみ).
3) Perelman のアイディアとその周辺 (証明の概略つき).

【キーワード】 Ricci 曲率テンソル. Ricci flow. 拡散と凝集. 最大値原理. Harnack 不等式. 勾配流と Ricci flow. Ricci flow 時空における「長さ」と「体積」の概念. 対数的 Sobolev 不等式.

【履修に必要な知識】 特別な予備知識は要求しないが, 本講義の雰囲気は, ２通りのアプローチで予測可能である.
1) ミルナー「モース理論」中の「リーマン幾何速成コース」程度の大雑把なリーマン幾何の知識. 基本概念とテクニック. これは Ricci flow の舞台設定として欠かせない.
2) 大数法則, 中心極限定理, マルコフ鎖とエントロピーについての大雑把な知識. 驚くべきことに, これは Ricci flow による幾何化へのアプローチのモデルになっている. ランダムウォークから熱方程式の基本解への流れについての直観的な理解も助けになるだろう.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 いきなり The entropy formula ... を読むのは難しいので, 上記の Collected Papers on Ricci Flow から, 基本中の基本, たとえば 6,7,17 の精読から入ると良い.

担当教員連絡先	ryoichi@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	3	２単位	A 類 II（専門科目）

【科目名】 複素幾何学特論 I
複素多様体論

【担当者】 藤野 修

【成績評価方法】 学期末のレポートで判断する.

【教科書および参考書】 教科書は使わない. 参考書は必要に応じて授業中に指示する.
第一回目の授業までに自習する人のために
小林昭七：複素幾何１, ２（岩波講座　現代数学の基礎）岩波書店
をあげておく.

【講義の目的】 講義の題材は複素多様体である. 詳しい授業内容は未定である. おそらく Kähler 多様体のコホモロジーに対する Hodge 分解辺りから始めると思う. 最新の結果ではなく, 古典的な理論を講義する予定である.

【講義予定】 講義予定（シラバス）は第一回目の講義で配布する.

【キーワード】 複素多様体, Hodge 理論, 調和積分論, Kähler 多様体, 楕円型偏微分方程式

【履修に必要な知識】（実）多様体の基礎, 特に微分形式の理論, 函数解析の知識があれば望ましい.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】 大学院向けなので, self-contained な授業をするつもりはない. 必要な知識は自習で補ってもらいたい.

担当教員連絡先	fujino@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	3	２単位	A 類 II（専門科目）

【科目名】 応用数理特論 III
計算科学入門

【担当者】 三井 斌友

【成績評価方法】講義への出席状況と，成績評価のために課すレポート解答による．

【教科書および参考書】
参考書　三井・小藤・齊藤共著：微分方程式による計算科学入門, 2004, 共立出版

【講義の目的】微分方程式という数学的表現は，広範な現象を記述する強力な科学的手段であるが，純解析的方法だけでその解を求めることは困難である．すでに１８世紀には考えられはじめていた離散化近似による解法は，現代のコンピュータの発達とあわせて，より大規模でより複雑な対象を扱うことが可能としている．このことによって，現象をモデル化し，その数理モデルをコンピュータの力を十分に発揮させながら解析し，現実問題と照らし合わせながら検討するというサイクルが，次第に新たな数理科学の分野として意識されている．これを “計算科学” と呼ぶことができよう．

このプロセスでは,「連続から離散へ」の標語のもと，微分方程式に対する数値アルゴリズムが決定的な要素である．本講義では，この数値アルゴリズムの導出・解析・評価の理論を，典型的な数理モデルを用いながら講述する．さらには計算結果を解析する「離散から連続へ」のプロセスにも言及し，計算科学に従事するための足がかりをうることを目的とする．

こうした講義内容の理解を通じて，微分方程式そのものの理解も深まるであろうし，また線型代数・解析学・複素函数論など数学諸分野がどのように応用されているかも体得できると期待される．

【講義予定】参考書の記述に添いながら，次のテーマを順次講述する予定である．
1. 数理モデルとは
2. 微分方程式と離散変数法
3. 力学系とその数値解法
4. 確率微分方程式とその数値解法

【キーワード】微分方程式，数理モデル，数値アルゴリズム，離散変数法，力学系，確率微分方程式，安定性，収束性

【履修に必要な知識】線型代数・解析学・複素函数論・確率論など数理科学の基礎的素養

【他学科学生の聴講】本講義内容に興味をもち，上記基礎的素養を有していれば，聴講を歓迎する．

【履修の際のアドバイス】レポート課題には数値計算を行う問題を含む予定である．したがってコンピュータ・プログラミングが出来て，コンピュータを使える環境にあることを期待しているが，本講義の中でプログラミング教育はしない．

担当教員連絡先	mitsui@is.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	3	２単位	A 類 II（専門科目）

【科目名】 数理解析・計算機数学特論 I
プログラミング言語理論

【担当者】 Jacques Garrigue

【成績評価方法】 学期末のレポートをもとに評価する．詳しい説明を第一回講義の最初にするので，必ず出席すること．

【教科書および参考書】 以下の教科書を使う予定である．

- 西村進・ジャックガリグ・大堀淳，コンピュータサイエンス入門
  アルゴリズムとプログラミング言語（岩波書店）

その他の参考書について，講義中に適宜紹介する．

【講義の目的】 プログラミング言語の設計は，言語の構文と意味を決める過程である．現代的なプログラミング言語を設計するのに，様々な数学的な理論が必要になる．そういう設計の基礎となる諸理論を紹介する．特に，プログラミング言語の核になるラムダ計算とその意味論について調べ，それを具体的な言語設計につないでいく．

【講義予定】 詳しい講義予定（シラバス）は第一回目の講義で配布する．
扱う予定の内容は以下のとおり
プログラミング言語の字句解析および構文解析,
ラムダ計算と型理論の基礎,
プログラミング言語の意味の与え方,
プログラムの実行,
言語と型システムの進んだ機能.

【キーワード】 プログラミング言語，オートマトン，文脈自由文法，ラムダ計算，型理論，公理的意味論，操作的意味論，実行モデル.

【履修に必要な知識】 特殊な知識を求めない．少なくてもいいが，プログラミングの経験がのぞましい.

【他学科学生の聴講】

【履修の際のアドバイス】

担当教員連絡先	garrigue@math.nagoya-u.ac.jp

２００４年度後期	対象学年	大学院	レベル	2	２単位	Ａ類Ｉ（基礎科目）

【科目名】 社会数理特論１

【担当者】 (株) 日立製作所　古結明男, 岸本敏道, 中村俊之

【成績評価方法】 出席, レポート, 演習, 発表などの結果によって総合的に判断する．「出席」かつ「挑戦」を重視する．

【教科書および参考書】 各担当が作成・用意する資料および講義内で紹介する書籍・資料．

【講義の目的】 IT(情報技術) 分野では, その専門分野の資質だけでなく, 数学の資質も求められている．　本講義は, ＩＴ業界の専門家・経験者から, ビジネスの現場で行われていることの一端を学習・疑似体験する事を通じて, 数学的資質や思考法が, 企業においてどのように用いられるかを, 直接学ぶことを目的とする．　企業人の視点に触れることで, 数学を学習・研究する意義を再認識するとともに, 数学の活用方法を考える契機として欲しい．　講義は３名によるオムニバス形式とし, 初歩的な机上演習や実機演習, グループ演習, 発表 (プレゼンテーション), 討議などを含む．

【講義予定】

詳細の講義予定 (シラバス) は, 各担当の第１回目の講義で配布する．　各担当者は, 計５回ずつ講義する．　スケジュールは, 担当者の業務都合により未定なので, 毎回の出席とメーリングリストなどで講義日を確認すること．

《古結》『工学に内在する数学センスの顕在化』

デジタル回路, コンピュータ, 自動販売機, 駐車場管理システム, ロボットなどの例を通じて, コンピュータ応用製品やシステムの仕組みと開発のプロセスを学習する．　別トピックとして, 「伝」と「電」をキーワードに, 色彩科学やテレビ・映像システムの話を通じて, 工学と数学の関係を話ししてみたい．

《岸本》『開発における数学的思考法』

ソフトウェア・ハードウェアを開発・設計する上で重要となる数学的な思考法がどう生かされているか概観し, どう生かすべきかを考えてもらう．　数学の考えをもっと生かせるように意識しなおすことを目的とする．「信頼性の確保」, 「プログラムの共同開発」, 「互換性のあるシステム設計」など, 実際の業務で数学的なアプローチが重要であることを具体的に紹介する．　時間があれば演習として, こういう時どう対処したらいいかという課題にたいして, 数学的なアプローチで対処する案を考え, 発表していただく．(実際には, プログラムのアルゴリズムを考えてもらって業務に近いを経験してもらう．)

《中村》『ＷＥＢサービスの概要と現状』

使う側から見たインターネットについては良く知られているが, 使わせる側から見た WEB の世界についてはまだあまり知られていない．　本講義では, 普段何気なく使っているインターネットがどのようにして成り立っているのかについて, 知ってもらうとともに最新のインターネットサービスについて解説を行う．　「インターネットの概要とサービス」, 「インターネットのプロトコルとネットワークの実現方法」, 「インターネットのネットワークの仕組み」, 「インターネットセキュリティ」, 「インターネットの活用事例」

【キーワード】

《古結》定義, 表現, 機能・関数 (function), システム, コンピュータ
《中村》ＷＥＢ, インターネット, プロトコル, セキュリティ, 各種インターネットサービス
《岸本》信頼性, プログラム, システム設計

【履修に必要な知識】 特になし

【他学科学生の聴講】 大学院・学部を問わず, 他学科学生の参加を歓迎します．

【履修の際のアドバイス】 教科書や通常の講義で学ぶような「数学」を期待しないで下さい．講義に出席し, どんどん質疑応答してください．オフィスアワーがないので, メールやメーリングリストを活用して下さい．

《中村》自分なりにインターネットのサービスに興味を持ち, サイトを見たり雑誌などで気になるトピックについて調べておいてください．

担当教員連絡先	[koke2,tkishimo,toshnaka]@math.nagoya-u.ac.jp, nagoya-math-hitachi@yahoogroups.jp （メーリングリスト）