レポート課題 (5月19日提出)

Jacques Garrigue, 2017年5月12日

問 1

$$A=\left[\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right], B=\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & -3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \end{array}\right]$$ のように分割するとき, AB, BA を求めよ.

問 2

$$A(\theta)=\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$ とおくとき, 以下の性質を示せ.

(i) $A(\theta_1)A(\theta_2)=A(\theta_2)A(\theta_1)=A(\theta_1+\theta_2)$,

(ii) ${}^t(A(\theta))=A(-\theta)$.

問 3

$A^2=A$ を満たす 2 次正方行列 A を全て求めよ.

問 4

$$\vec{x}=\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$ とするとき, $2x^2+xy-y^2+3xz+2yz+5z^2={}^t\vec{x}A\vec{x}$ を満たす 3 次対称行列 A を求めよ.

問 5

$$\vec{a}=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b}=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{c}=\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$ が空間の基底であることを示せ.

また, $$\vec{x}=\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$ を $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ の線形結合として表せ.

問 6

$$\vec{a}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, \vec{b}=\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \end{bmatrix}, \vec{c}=\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ \alpha \end{bmatrix}$$ が線形従属のとき, α を求めよ.

問 7

3 点 $A(1,2,6), B(-2,-1,3), C(3,1,2)$ を通る平面の方程式を求めよ.