レポート課題 (11月4日提出)

Jacques Garrigue, 2016 年 10 月 28 日

問 1　$\vec{x}_1, \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_n$ が線形独立であるとき，$\vec{x}_1, \vec{x}_1 + \vec{x}_2, \ldots, \vec{x}_1 + \vec{x}_2 + \ldots + \vec{x}_n$ も線形独立であることを示せ.

問 2　$W = \{f(x) \in \boldsymbol{R}[x]_3 \mid x^2 f''(x) = 6f(x)\}$ が部分空間であることを確認し，その次元を計算せよ.

問 3　次のベクトルの 1 次独立な最大個数とその具体なベクトルを与え，残りのベクトルをその 1 次結合として表現せよ.

$$\vec{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \vec{a}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \vec{a}_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

問 4　次のベクトル空間 W の次元と 1 組の基を求めよ.

(1) $W = \left\{ \vec{x} \in \boldsymbol{R}^5 \;\middle|\; \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \vec{x} = \vec{o} \right\}$

(2) $W = \{f(x) \in \boldsymbol{R}[x]_3 \mid f(1) = f(-1)\}$

(3) $W = \{f(x) \in \boldsymbol{R}[x]_3 \mid f(1) = f(-1), f''(1) = f''(-1)\}$

問 5　実数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ $(a_n \in \boldsymbol{R})$ に対して足し算 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} + \{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{a_n + b_n\}_{n=1}^{\infty}$ とスカラー倍 $c\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{ca_n\}_{n=1}^{\infty}$ を定義する.

(1) これがベクトル空間であることを示せ.

(2) このベクトル空間の基底を与え，基底であることを確認せよ.

(3) このベクトル空間の次元を求めよ.