

# 2015年度後期・数理解析・計算機数学II

## 理学部数理学科4年・大学院多元数理科学研究科

講義担当: Jacques Garrigue

### 講義の内容

今回のテーマは「プログラムと証明」である。

### 講義の目的

プログラムの正しさは証明によって保証されるものである。この講義では定理証明支援系 Coq を使い、正しさの保証されたプログラムを書く方法を習う。同時にその裏付けである関数型プログラミングと型理論にも触れることになる。

Coq は型理論に基づいた論理を基礎とし、同じ言語の中でプログラムと証明が表現できる。証明も人間が書くが、正しさがコンピュータに保証される。プログラム抽出機能により、証明されたプログラムを普通にコンパイルできる形に変換でき、高速に実行することもできる。

証明対象はプログラムに限定されるわけではなく、通常の数学の定理も証明できる。有名なものとして、4色定理や群論の Feit-Thompson 定理が Coq で証明された。型理論の表現力を活用し、実数解析も扱える。

### 授業の進め方

基本的には、1時限目を講義、2時限目をその実習とする。ただし、1・2時限目両方を講義にあてることや、実習開始時間を変えることもありうる。実習には、情報メディア教育センターの「理学部サテライトラボ」を利用する予定である。

実習について 基本的には計算機数学I・IIIと同じように実習を行なう。プログラムの制作と実行のために emacs と Coq を利用するが、それ以外のソフトウェアはサポートしない。

出席について 講義に関して、毎回出席を取るが成績には一切関係しない。授業後には「感想・その他」を下記メールアドレスに送って下さい。

### 評価の方法

学期途中と学期末に Coq のプログラミングと証明課題をもとに評価する。どちらも授業の応用であり、実習時間内に質問もできる。

レポートはプログラムと理論があり、後者は授業中に学んだ理論について、いくつかの課題を与え、解いていただく。それほど難しい課題ではないが、証明能力を重視する。

採点方針として、それぞれの課題が部分的に解ければ可とし、レポートのでき次第でそれ以上の点数を与える。

どちらもメールで出して下さい。

## 連絡先

講義に関するメール comp2-2015@math.nagoya-u.ac.jp  
それ以外 garrigue@math.nagoya-u.ac.jp  
Office hour 水曜日 13 時 ~ 14 時 理 1-405 号室

## 教科書

教科書を使わない。参考書は英語になるが、

- Yves Bertot, Pierre Castéran, *Interactive Theorem Proving and Program Development*. Springer, 2004.

を挙げておく。また、講義資料は以下の URL から入手できる。

[http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~garrigue/lecture/2015\\_AW/index.html](http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~garrigue/lecture/2015_AW/index.html)

## 講義予定

以下の予定で講義を行なう。しかし、これは「現在での予定」であって、変更がありうる。

第 1 ~ 4 回 (10/7 · 14 · 21 · 28) 定理証明支援系 Coq の基礎

- Coq で関数型プログラミング
- 多相型と汎関数
- Coq の論理
- 述語論理と帰納法
- 帰納的な定義

第 5 ~ 7 回 (11/4 · 11 · 18)

Coq によるプログラムの証明

第 8 回 (11/25)

SSReflect/MathComp と数学的な証明

第 9 ~ 14 回 (12/2 · 9 · 16 · 1/13 · 20 · 27)

応用: 例えば、論理学や代数学の証明