

2007年6月15日

## 2007年度前期・数理科学展望III/自然数理特論2 レポート課題

### レポートの提出方法・提出期限

提出期限は2007年7月17日(火)17時.  
事務室に提出して下さい.

### 課題

問A・Bの両方に答えて下さい.

### 問A

標準形とは, 簡約がこれ以上適用できない形をいう.

1.  $(c_3 (\lambda x.x x) y)$  の標準形を計算せよ.
2.  $(c_2 (\lambda x.x x) s)$  の標準形を計算せよ.
3. 異なる自然数の表現を考える.  $0$  は  $\lambda x.x$  で,  $n + 1$  は  $\text{pair } f \ n$  と定める. 例えば  $2$  は  $\text{pair } f \ (\text{pair } f \ (\lambda x.x))$  になる. この表現に対して,  $\text{if}0$  と  $\text{pred}$  を定義せよ.
4. 前問の表現に対して, 足算を定義せよ. (ヒント:  $Y$  を使う)

### 問B

単純型付 計算で, 任意の  $t$  に対して  $Y_{(t \rightarrow t) \rightarrow t}$  を定義し, 以下の 規則を加える.

$$Y_{(t \rightarrow t) \rightarrow t} M \longrightarrow M(Y_{(t \rightarrow t) \rightarrow t} M)$$

上記の  $Y$  を利用し, 階上関数  $\text{fact}$  の型の証明を示せ.